

Selection and Portfolio Optimization in Risk Situations with Combined Meta-Heuristic Algorithm of Genetic Algorithm (GA) and Lion Optimization Algorithm (LOA)

Mohammad Mirabi^{*}, Mohammad Zarei Mahmoudabadi^{}**

Abstract

Portfolio selection is one of the most concerns of any investor and the goal is to distribute the capital in different assets in such a way that it has the highest rate of return with considering the minimal risk from the investor's point of view. Saving in financial institute or buying bonds and investment in housing market, stock market, foreign currency market or precious metals such as gold and silver are one of the most important choices for any investor with different degrees of risk. Decision situations can be completely certainly, risky and completely uncertainly and solving techniques can be optimization or heuristics. So far during the past decade, different methods are presented depending on the conditions of the capital portfolio selection issue. In this research, a meta-heuristic algorithm based on genetic algorithm and based on the group life of lions is introduced to find a suitable capital portfolio for the investor in risky conditions. Using optimistic, most likely and pessimistic estimates is a strategy used in risky situations. The results of the research confirmed the efficiency of the proposed algorithm in distribution of capital in different sectors with the criterion of maximum return on capital. Also, the proposed algorithm performed better than the whale optimization algorithm in optimizing the portfolio of the top 50 listed companies in terms of stock portfolio return and risk criteria and the time to reach the answer.

Keywords: Portfolio Selection; Modern Portfolio Theory (MPT); Genetic Algorithm (GA); Lion Optimization Algorithm (LOA); Risk.

Received: 2020.September.17, Accepted: 2021.January.10.

* Assistant Prof., Department of Industrial Engineering, Meybod University, yazd, Iran.

**Assistant Prof., Department of Industrial Management, Meybod University, yazd, Iran.
(Corresponding Author), E-mail: zarei.m@meybod.ac.ir

انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام در شرایط ریسک با الگوریتم فراابتکاری ترکیبی ژنتیک (GA) و بهینه‌سازی شیر (LOA)

محمد میرابی*، محمد زارعی محمودآبادی**

چکیده

انتخاب سبد سرمایه یکی از مهمترین دغدغه‌های هر سرمایه‌گذار می‌باشد و هدف، نحوه توزیع سرمایه در دارایی‌های مختلف به گونه‌ای است که بیشترین نرخ بازدهی با کمترین ریسک را از دید سرمایه‌گذار داشته باشد. پس‌انداز در مؤسسات مالی و یا در قالب خرید اوراق قرضه و یا سرمایه‌گذاری در زمینه‌هایی همچون بازار مسکن، بازار سهام، بازار ارزهای خارجی و یا فلزات قیمتی همچون طلا و نقره از جمله انتخاب‌های مهم برای هر سرمایه‌گذار البته با درجه ریسک‌های متفاوت است. شرایط تصمیم‌سازی می‌تواند اطمینان کامل، ریسکی و یا عدم اطمینان کامل و تکنیک‌های حل و تصمیم‌سازی می‌تواند بهینه‌سازی و یا ابتکاری باشد. تاکنون در طول چند دهه گذشته روش‌های مختلفی بسته به شرایط مسئله انتخاب سبد سرمایه ارائه شده است. در این پژوهش، یک الگوریتم فراابتکاری بر پایه الگوریتم ژنتیک و بر اساس زندگی گروهی شیرها جهت یافتن یک سبد سرمایه مناسب برای سرمایه‌گذار در شرایط ریسکی معرفی شده است. استفاده از تخمین‌های خوش‌بینانه، محتمل و بدبینانه راهکاری است که در شرایط ریسکی استفاده شده است. نتایج حاصل از پژوهش، کارآمدی الگوریتم پیشنهادی را در تعیین نحوه توزیع سرمایه در بخش‌های مختلف با معیار حداکثر بازدهی سرمایه تأیید کرد. همچنین الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ در بهینه‌سازی سبد سهام ۵۰ شرکت برتر بورسی، در معیارهای بازده و ریسک سبد سهام و زمان رسیدن به جواب، عملکرد بهتری داشت.

کلیدواژه‌ها: انتخاب سبد سرمایه؛ نظریه پورتفولیو به شرفته (MPT)؛ الگوریتم ژنتیک (GA)؛ الگوریتم بهینه‌سازی شیر (LOA)؛ ریسک.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۶/۲۷، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۲۱.

* استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه میبد، یزد، ایران.

** استادیار، گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه میبد، یزد، ایران (نویسنده مسئول).

E-Mail: zarei.m@meybod.ac.ir

۱. مقدمه

در سال‌های اخیر تلاش‌هایی برای هدایت سرمایه‌گذاران صورت گرفته و مدل‌هایی ارائه شده است؛ در این بین، مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام به‌مثابه ابزاری در راستای بهبود تصمیمات در آمده است. در محیط کسب‌وکار رقابتی امروز، نیاز رو به رشدی برای شناسایی منابع ناکارآمدی وجود دارد که با رویکردهای متداول مشاهده نمی‌شود [۲۹]. نظریه پورتفولیو پیشرفته^۱ (MPT) مشخص می‌کند چگونه یک سرمایه‌گذار ریسک‌گریز، می‌تواند سرمایه خود را در قالب یک سبد با هدف حداکثر کردن بازدهی و حداقل کردن ریسک، در دارایی‌های مختلف سرمایه‌گذاری کند. بر اساس این نظریه، یک سرمایه‌گذار می‌تواند سبدي از دارایی‌ها را با هدف حداکثر کردن بازدهی در یک سطح مشخص از ریسک داشته باشد. این نظریه توسط مارکوویتز در سال ۱۹۵۲ مطرح شد. از دید مارکوویتز بازدهی مورد انتظار یک عامل مطلوب و واریانس بازدهی یک عامل نامطلوب در انتخاب سبد سرمایه است. در نتیجه از دید ایشان برای سبد سهام بهینه باید به ترکیبی از سبد سهام با حداکثر میانگین وزنی بازدهی و حداقل واریانس (ریسک از دید وی) دست یافت [۱۳]. در طول دهه‌های گذشته مدل‌های متعددی در ارتباط با MPT ارائه شده است که هر یک ساده‌شده یا شبیه‌سازی شده از دنیای واقعی بوده‌اند. مسائل دنیای واقعی دارای پیچیدگی‌های زیادی است که این مسئله محققین را به سمت ساده‌سازی مسائل دنیای واقعی و یا استفاده از روش‌های ابتکاری در حل مسئله به جای روش‌های قطعی و بهینه سوق می‌دهد [۲]. معمول‌ترین مدل در MPT و همچنین بحث انتخاب سبد سرمایه^۲، مدل میانگین-واریانس یا میانگین-ریسک مارکوویتز بوده که بر اساس ارزش نرخ بازگشت انتظاری و میزان ریسک است. البته کار تحقیقاتی مارکوویتز مبنی بر لحاظ کردن واریانس سبد سرمایه به‌عنوان معیاری از ریسک سبد، انتقادات زیادی را نیز به همراه داشته و مدل‌های دیگری نیز در این مورد استفاده شده است [۲۲، ۲۱]. در این پژوهش ما به دنبال تعیین نحوه توزیع سرمایه در دو بخش پس‌انداز و سرمایه‌گذاری هستیم. پس‌انداز در دو بخش اوراق قرضه و سپرده‌گذاری در مؤسسات مالی معتبر در نظر گرفته می‌شود که معمولاً ریسک آنها صفر و نرخ بازگشت آنها به‌صورت قطعی، مشخص و تضمین شده است. جهت سرمایه‌گذاری، حوزه‌های بازار طلا، بازار مسکن، بازار سهام و بازار ارزهای بین‌المللی لحاظ شده‌اند که نرخ بازدهی بر اساس پیش‌بینی‌ها قابل تعیین است و در نتیجه همواره درصدی از ریسک را در بر خواهد داشت.

ابتدا مسئله بر اساس نرخ بازگشت هر طرح با به‌کارگیری روش پیش‌بینی بر اساس داده‌های گذشته و محدودیت‌های موجود، مدل شده و سپس با به‌کارگیری یک الگوریتم ترکیبی بر اساس الگوریتم ژنتیک، مسئله حل خواهد شد. سپس خروجی حاصل از روش فراابتکاری با پاسخ بهینه

¹. Modern Portfolio Theory (MPT)

². Portfolio Selection

حاصل از روش‌های بهینه‌سازی مقایسه شده که نشان از قابلیت الگوریتم ارائه شده با معیارهای کیفیت و زمان حل دارد.

ادامه مقاله به این شرح تنظیم شده است؛ بخش (۲) به مبانی نظری و پیشینه پژوهش و جنبه‌های نوآوری در پژوهش پرداخته است. بخش (۳) و (۴) به ترتیب به روش‌شناسی پژوهش و توسعه الگوریتم ژنتیک پیشنهادی اختصاص یافته است. همچنین تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از اجرای مدل پیشنهادی و حل مسئله در بخش (۵) ارائه داده می‌شود. بخش (۶) نیز به بحث و نتیجه‌گیری می‌پردازد.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

ساده‌ترین شکل مدل بهینه‌سازی سبد سهام، دارای دو تابع هدف، یکی حداکثر کردن بازده سبد و دیگری حداقل کردن ریسک آن است و به صورت مدل زیر می‌باشد که می‌توان با تغییر متغیر و تابع جریمه به مدل تک‌هدفه تبدیل کرد:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{i=1}^n \omega_i \mu_i \\ & \text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \\ & \text{Subject to:} \\ & \sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \\ & 0 \leq \omega_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad \text{رابطه (۱)}$$

روش میانگین-نیمه واریانس استاندارد مارکوویتز برای انتخاب سبد سهام، مبادله میان بازده و ریسک سبد سهام را نشان می‌دهد. به طور خلاصه مدل بهینه‌سازی مارکوویتز به صورت مدل (۲) ارائه می‌شود [۱۹]:

$$\begin{aligned} & \text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j S_{ij} \\ & \text{Subject to:} \\ & \sum_{i=1}^n \omega_i \mu_i = R, \\ & \sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \\ & \omega_i \geq 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \\ & \omega_j \geq 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \end{aligned} \quad \text{رابطه (۲)}$$

که در مدل فوق ω_i و ω_j به ترتیب سهم سرمایه‌گذاری در سهام‌های i و j و R بازده مطلوب سرمایه‌گذار می‌باشد و به ازای R های مختلف، مدل فوق حل می‌شود و جواب به دست آمده از

تابع هدف، که در حقیقت ریسک است، در نموداری به همراه R های معادل ترسیم می‌شود، آنگاه شکل، مرز کارا نامیده می‌شود. در مدل فوق σ_{ij} کواریانس سهام i و j و μ_{ij} میانگین بازده سهم i و همچنین R سطح خاصی از بازده را نشان می‌دهد.

با هدف نزدیک کردن این مدل به بازار واقعی و کاربردی‌تر کردن این مدل و در نهایت، هدایت سرمایه‌گذاران به سمت انتخابی مطمئن‌تر به توسعه این مدل پرداخته شده است. با وارد کردن ضریب λ در تابع هدف، تلاش شده است تا هر دو معیار ریسک و بازده در تابع هدف لحاظ شود و ضمن حداقل کردن ریسک به حداکثر کردن بازده پرداخته شود. در حقیقت λ تنها یک پارامتر وزن‌دهی است که مقدار آن در بازه [۰ و ۱] تغییر می‌کند و توسط آن میزان ارزش‌دهی سرمایه‌گذار به ریسک یا بازده اعمال می‌شود. از این‌رو مدل (۲) به صورت مدل (۳) بازنویسی می‌شود:

$$\text{Max } Z = \lambda \sum_{i=1}^n w_i \mu_j - (1 - \lambda) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1,$$

$$w_i \geq 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

رابطه (۳)

اما محدودیت اصلی و نقطه ضعف این روش، ناتوانی در بهینه‌سازی مسئله انتخاب پرتفوی ارزی مقید، تحت محدودیت‌های عدد صحیح می‌باشد [۱۹]. همچنین برخی از محققان، مدل مارکوویتز را دارای مشکلات محاسباتی و فنی می‌دانستند که خواسته‌های شخص سرمایه‌گذار در آن نادیده گرفته می‌شود و جهت انتخاب سبد بهینه، از مدل برنامه‌ریزی آرمانی استفاده کردند [۴،۳]. اما پس از مارکوویتز محققین زیادی مدل او را توسعه دادند [۸، ۱۰، ۱۲، ۲۶]. شارپ (۱۹۶۴) در پژوهش خود ضریب حساسیت بتا را به گونه‌ای معرفی کرد که نرخ بازده هر سهام را در مقایسه با نوسانات نرخ بازده نشان دهد [۲۳].

بسیاری از مدل‌های انتخاب سبد در زمره مسائل این‌پی سخت^۱ گنجانده می‌شوند [۲۴] و در نتیجه استفاده از روش‌های ابتکاری، فراابتکاری و فراابتکاری ترکیبی برای این دسته از مسائل کاملاً توجیه‌پذیر است. یکی از الگوریتم‌های کارآمد در ارتباط با این مسائل، الگوریتم ژنتیک است. این الگوریتم توسط هالند در سال ۱۹۷۵ معرفی شد. بر اساس این روش ابتدا یک مجموعه جواب‌های اولیه تولید شده و در هر مرحله کیفیت هر جواب بر اساس تابع ارزیاب^۲ مشخص می‌شود. الگوریتم با تکرارهای مشخص و پس از یافتن جواب مناسب، خاتمه می‌یابد [۷]. پیرا (۲۰۰۰) در یک کار پژوهشی در ارتباط با دلیل برتری الگوریتم ژنتیک نسبت به سایر الگوریتم‌های ابتکاری

¹. NP-Hard Problems

². Fitness Function

بحث می‌کند [۲۰]. ژانگ و همکاران (۲۰۰۶) برای حل مسئله انتخاب سبد سهام در شرایط حضور حداقل نرخ بازده و محدودیت‌های احتمالی از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند [۳۰]. همچنین آکورا و همکاران (۲۰۱۴) در مسئله انتخاب سبد سرمایه با تخصیص وزن به هر سهام و ایجاد تعادل میان ریسک و نرخ بازده از عملگر تقاطع^۱ استفاده کردند [۱]. نی و همکاران (۲۰۱۹) در پژوهش خود یک سیستم خبره جدید برای انتخاب پرتفوی سهام با استفاده از رویکرد تکنیکال و بنیادی به‌طور موازی ارائه کرده‌اند که دو فاز دارد. در فاز اول از هر دو داده‌های تکنیکال و بنیادی برای تخمین بازده و ریسک استفاده می‌شوند. در فاز دوم مقادیر تخمین زده شده با ترجیحات سرمایه‌گذاران برای تولید پرتفوی مناسب تجمیع می‌شوند. در سیستم خبره فنی برای هر سهم ۲۷ کاندید شناسایی شده است و با استفاده از روش خوشه‌بندی متغیرهای مؤثر انتخاب شده‌اند. مقادیر تخمین زده شده ریسک و بازده در فاز دوم با ترجیحات کاربر تجمیع شده و نهایتاً ۴ قاعده فازی این مقادیر را رتبه‌بندی می‌کند [۱۷]. همچنین هادی و همکاران (۲۰۱۶) یک مدل جدید از مسئله انتخاب سبد سهام با افزودن یکسری فرضیات ارائه کردند و برای حل مدل خود از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند [۶].

کالایسی و همکاران (۲۰۲۰) در پژوهشی به ارائه یک الگوریتم ترکیبی فراابتکاری کارآمد برای حل مسئله بهینه‌سازی پورتفوی با محدودیت‌های مقید پرداختند. الگوریتم پیشنهادی آنها، ترکیبی از اجزای اساسی بهینه‌سازی کلونی مورچه، بهینه‌سازی کلنی زنبور عسل مصنوعی و الگوریتم ژنتیک بود. نتایج محاسباتی در مورد هفت معیار، اثربخشی عملکرد الگوریتم ترکیبی پیشنهادی پژوهش را تأیید کرد. علاوه بر این، مقایسه نتایج حاصل از سایر روش‌ها در ادبیات پژوهش، نشان داد که روش حل پیشنهادی قابل رقابت با الگوریتم‌های پیشرفته است [۹].

لی و تام (۲۰۲۰) یک الگوریتم بهینه‌سازی فراابتکاری الهام گرفته از طبیعت به نام بهینه‌سازی گسترش ویروس^۲ (VSO) ارائه دادند. این الگوریتم، انتشار ویروس‌ها را در بین میزبان تقلید می‌کند و می‌تواند به‌طور مؤثر برای حل بسیاری از مشکلات بهینه‌سازی استفاده شود. نتایج به‌کارگیری این الگوریتم نشان می‌دهد که الگوریتم VSO در مقایسه با نتایج حاصل از الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری متداول و پیشرفته، از نظر تناسب راه‌حل، میزان همگرایی، مقیاس‌پذیری، قابلیت اطمینان و انعطاف‌پذیری به عملکردی برتر دست یافته است. علاوه بر این، کاربرد الگوریتم پیشنهادی از طریق دو مثال در دنیای واقعی از جمله بهینه‌سازی سبد سهام، تأیید شد [۱۱].

نیکو و همکاران (۱۳۹۹) در یک مطالعه به مدل‌سازی انتخاب سبد بهینه با رویکرد حسابداری ذهنی و بر مبنای شاخص‌های ارزیابی ریسک و بازده بر اساس نظر خبرگان پرداختند. در این راستا پس از نظرسنجی چندمرحله‌ای از ۲۸ خبره و تدوین مدل پایه بر اساس روش‌های کیفی، با محاسبه

^۱. Crossover

^۲. Virus Spread Optimization (VSO)

بازده صنایع مختلف بورسی طی ده سال به ارزیابی مقایسه‌ای روش‌های بهینه‌سازی پرتفوی با توسعه روش‌های محاسبه ریسک از واریانس به ارزش در معرض خطر و وارد کردن متغیر حسابداری ذهنی سرمایه‌گذاران در قالب دو دوره آموزش ۸ ساله و آزمایش دو ساله پرداخته‌اند. ارزیابی نهایی مدل توسعه‌یافته، نشان‌دهنده کارکرد مناسب مدل‌سازی مذکور در عملکرد پرتفوی بود [۱۸].

سینا و فلاح (۱۳۹۹) در پژوهش خود مدلی کارا برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، ارائه کردند. مدلی که با در نظر داشتن شرایط عدم قطعیت و ریسک سرمایه‌گذاری، بازدهی بیشتری را برای سرمایه‌گذاران فراهم نماید. بدین منظور مدل ارزش در معرض ریسک نرمال (VaR) با رویکرد واریانس-کوواریانس با مدل Copula-CVaR برای استخراج مرز کارآمد مقایسه شد. در این پژوهش برای تخمین ارزش در معرض ریسک پرتفوی از رویکرد واریانس-کوواریانس استفاده شد. نتایج این پژوهش حاکی از آن بود که تشکیل سبد سهام بهینه با استفاده از مدل ترکیبی یعنی مدل Copula-CVaR عملکرد بهتری داشته است [۲۵].

زارع و همکاران (۱۳۹۸) در پژوهشی به مقایسه عملکرد یک روش ترکیبی نوآورانه با عملکرد بهینه‌سازی سبد سهام، به روش معمول مارکویتز پرداختند. بدین منظور، ابتدا با استفاده از یک شبکه یادگیری عمیق و متغیرهای تکنیکی سهام برای یک بازه مشخص به پیش‌بینی قیمت آتی سهام پرداختند. سپس بر اساس قیمت‌های آتی سهام، بازده و ریسک سهام محاسبه و سود پرتفو با قید ریسک و با روش الگوریتم گرانشی حداکثر شد. نتایج نشان داد که روش مبتنی بر پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از شاخص‌های تکنیکی و همچنین روش مارکویتز تنها در پرتفوی ریسک-گریز، عملکرد بهتری نسبت به میانگین شاخص بازار ارائه می‌دهد [۲۸].

مرادی (۱۳۹۶) در پژوهشی با هدف یافتن ترکیبی کارآمد از سبد سرمایه‌گذاری از الگوریتم چرخه آب چندهدفه (MOWCA) استفاده کرد. مسئله مورد مطالعه یک مسئله چندهدفه غیرخطی است که توابع هدف آن شامل حداکثرسازی بازده و حداقل‌سازی ریسک است. الگوریتم چرخه آب از فرآیند چرخه آب در طبیعت شبیه‌سازی شده است. در این پژوهش، عملکرد MOWCA برای حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه با سایر بهینه‌سازهای چندهدفه از قبیل الگوریتم ژنتیک چندهدفه (MOGA) و الگوریتم پرندگان چندهدفه (MOPSO) مقایسه شده است. به‌منظور مقایسه از چهار معیار عملکرد (فاصله، یکنواختی، تنوع و پوشش) برای مقایسه نتایج الگوریتم‌ها استفاده شده است. یافته‌ها بیانگر آن است که بر اساس اغلب معیارهای ارزیابی عملکرد مورد استفاده در این پژوهش، MOWCA در مقایسه با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری برای مسائل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری کارآمدی بیشتری دارد [۱۵].

تمرکز بر روی انتخاب سبد سهام و عدم لحاظ کردن خطای تخمین در برآوردها و همچنین ریسک‌گریزی، محدودیت‌هایی است که عمدتاً در پژوهش‌ها تا به امروز مدنظر بوده‌اند. به همین دلیل، در پژوهش حاضر سعی بر آن است تا بحث انتخاب سبد، به انتخاب سبد سهام محدود نشود

و پس‌انداز و سرمایه‌گذاری را در چندین حوزه پوشش دهد. همچنین ما با استفاده از تکنیک‌های پیش‌بینی برای هر بخش در حوزه سرمایه‌گذاری، سه دسته پیش‌بینی محتمل، خوش‌بینانه و بدبینانه را لحاظ می‌کنیم تا ریسک حاصل از سرمایه‌گذاری در تابع مطلوبیت مربوط به نرخ بازدهی خود را نشان دهد. نکته‌ی حائز اهمیت آن است که فرض کردن ریسک‌گریزی برای یک سرمایه‌گذار همواره به انتخاب سبد بهینه منجر نمی‌شود و گاهی برعکس با شرایط مساعد آتی می‌تواند منجر به دور شدن از جواب بهینه شود. طبیعی است چنانچه واریانس در قالب ریسک تفهیم شود، پراکندگی (ریسک) مثبت را نیز از دست خواهیم داد و این به معنی از دست رفتن فرصت خواهد بود. طبیعی است ریسک‌پذیری چنانچه با منطق و هدف همراه باشد می‌تواند مثبت باشد. همچنین محدودیت‌هایی در ارتباط با حداقل و حداکثر تعداد سهام از بازار سهام، حداقل و حداکثر زمینه مورد انتظار جهت سرمایه‌گذاری و حداقل نرخ برگشت مورد انتظار از جمله مواردی است که در مدل پیشنهادی مد نظر خواهد بود. جدای از توسعه مفهوم انتخاب سبد، استفاده از سه نوع تخمین جهت زمینه‌های مختلف سرمایه‌گذاری و کنار گذاشتن بحث ریسک‌گریزی، این پژوهش به دنبال توسعه یک الگوریتم ابتکاری بر مبنای الگوریتم ژنتیک جهت حل مسئله می‌باشد.

۳. روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از بعد هدف، از نوع پژوهش‌های کاربردی و از بعد روش، این پژوهش در حوزه پژوهش‌های توصیفی از نوع زمینه‌یابی به‌شمار می‌آید. برای گردآوری اطلاعات آن بخش از داده‌های پژوهش که مربوط به مبانی نظری پژوهش می‌باشد از مقالات و مجلات تخصصی فارسی و لاتین استفاده شده است. برای بخش دیگر پژوهش یعنی داده‌ها و اطلاعات مورد نیاز برای طراحی و آزمون الگوریتم پیشنهادی نیز ابتدا از داده‌های شبیه‌سازی شده و سپس جهت اعتبارسنجی و اثبات کارآمدی الگوریتم ترکیبی پیشنهادی، از داده‌های مربوط به قیمت‌های روزانه شاخص ۵۰ شرکت فعال تر بورسی بازار اوراق بهادار تهران از ابتدای مهر ۱۳۹۱ تا پایان شهریور ۱۳۹۶ استفاده شده است. جهت ارائه مدل مسئله انتخاب سبد سرمایه، فرض می‌شود زمینه‌های سرمایه‌گذاری به دو بخش زیر تقسیم می‌شود:

- پس‌انداز: اوراق قرضه یا سپرده‌گذاری در مؤسسات مالی معتبر با نرخ بهره مشخص؛
 - سرمایه‌گذاری: سرمایه‌گذاری در زمینه‌های بازار طلا (سکه طلای بهار آزادی)، ارزهای بین‌المللی (دلار)، بازار املاک، بازار سهام.
- پارامترهای مسئله به شرح زیر (جدول ۱) است:

جدول ۱. تعریف پارامترهای مسئله انتخاب سبد سرمایه

پارامتر	تعریف
r_{fi}	نرخ بازده اوراق قرضه یا مؤسسات مالی
r_{gp} و r_{gm} r_{go}	به ترتیب نرخ خوش‌بینانه، محتمل و بدبینانه بازده برای بازار طلا
r_{cp} و r_{cm} r_{co}	به ترتیب نرخ خوش‌بینانه، محتمل و بدبینانه بازده برای بازار ارزهای بین‌المللی
r_{rp} و r_{rm} r_{ro}	به ترتیب نرخ خوش‌بینانه، محتمل و بدبینانه بازده برای بازار املاک
r_{sp} و r_{sm} r_{so}	به ترتیب نرخ خوش‌بینانه، محتمل و بدبینانه بازده برای سهام i از بازار سهام
R_{min}	حداقل نرخ بازده مورد انتظار از سبد سرمایه
N_{max} n_{min}	به ترتیب حداقل و حداکثر تعداد حوزه مورد نظر جهت تخصیص سرمایه (در صورت وجود)
n_{smax} n_{smin}	به ترتیب حداقل و حداکثر تعداد سهام مورد نظر جهت سرمایه‌گذاری در بازار سهام (در صورت وجود)
x_{fmax} x_{fmin}	به ترتیب حداقل و حداکثر سهم سرمایه تخصیصی به پس‌انداز (در صورت وجود)

به‌منظور مدیریت ریسک تخمین‌ها؛ بازدهی بازار مورد نظر با استفاده از تخمین‌های خوش‌بینانه (حد بالا)، محتمل (حد وسط) و بدبینانه (حد پایین)، بر اساس تخمین سه نقطه‌ای و به روش تابع

$$\text{بتا } (\bar{X} = \frac{L + 4M + U}{6}) \text{ به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۶]:}$$

$$r = \frac{r_o + (4 \times r_m) + r_p}{6}$$

به‌عنوان مثال نرخ بازدهی بازار طلا به شرح زیر است:

$$r_g = \frac{r_{go} + (4 \times r_{gm}) + r_{gp}}{6}$$

جهت محاسبه نرخ‌های خوش‌بینانه، بدبینانه و محتمل باید به داده‌های تاریخی و همچنین نظر خبرگان مراجعه کرد.

مدل مسئله به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{Max } R = r_{fi}x_{fi} + r_gx_g + r_cx_c + r_r x_r + r_s x_s$$

s.t:

$$(1) \quad r_s = \sum_{i=1}^n r_i \times x_{si}$$

$$(2) \quad r_{fi}x_{fi} + r_{gp}x_g + r_{cp}x_c + r_{rp}x_r + r_{sp}x_s \geq R_{min}$$

$$(3) \quad x_{fi} + x_g + x_c + x_r + x_s = 1$$

$$(3) \quad N_{min} \leq I_{fi} + I_g + I_c + I_r + I_s \leq N_{max}$$

$$(4) \quad \sum_{i=1}^n x_{si} = 1, \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$(5) \quad ns_{min} \leq \sum_{i=1}^n I_{si} \leq ns_{max}$$

$$(6) \quad x_{fmin} \leq x_{fi} \leq x_{fmax}$$

$$(7) \quad I_i = \begin{cases} 1 & \text{if } x_i > 0 \\ 0 & \text{if } x_i = 0 \end{cases}; \quad i = fi, g, c, r, S.$$

$$(8) \quad I_{si} = \begin{cases} 1 & \text{if } x_{si} > 0 \\ 0 & \text{if } x_{si} = 0 \end{cases}; \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

$$x_i \geq 0; \quad i = fi, g, c, r, S.$$

تابع هدف مدل (۴) به دنبال حداکثر کردن بازدهی کل سبد سرمایه بر اساس میانگین وزنی بازدهی هر بخش است. محدودیت اول مدل نشان می‌دهد بازدهی بازار سهام تابعی از بازدهی هر سهم است. محدودیت دوم مدل، به نوعی جهت کنترل حداکثر ریسک قابل قبول است؛ چراکه نشان می‌دهد حتی در حالت بدبینانه نباید نرخ بازدهی سبد سرمایه، از عدد مشخصی کمتر باشد. بدین ترتیب در مدل (۴)، سرمایه‌گذاری‌هایی که در حالت خوش‌بینانه، نرخ بازدهی بالایی دارند و در حالت بدبینانه این نرخ بازدهی، به شدت کاهش می‌یابد، شانس کمی برای حضور در سبد نهایی خواهند داشت. طبیعی است با این تعبیر، R_{min} بالاتر، به معنای قبول ریسک کمتر از دید یک سرمایه‌گذار است؛ چراکه او ذهنیت خوبی از زمینه‌های سرمایه‌گذاری که در حالت بدبینانه نرخ بازدهی پایینی دارند (حتی اگر در شرایط مسأله نرخ بالایی داشته باشند) ندارد. بقیه محدودیت‌ها نیز کاملاً مشخص هستند.

توسعه الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک ارائه شده در این پژوهش بر اساس زندگی اجتماعی یکی از بزرگترین گربه‌سانان، یعنی شیرها تنظیم شده است. برخلاف سایر گربه‌سانان، شیرها در قالب گروه‌هایی تحت عنوان گله، زندگی می‌کنند. هر گله، شامل یک شیر نر، به‌عنوان فرمانده، حداکثر سه شیر نر و تعدادی شیر ماده و بچه‌های آنهاست. اندازه گله‌ها، به غذا و آب موجود، بستگی دارد. منابع کمتر، موجب تشکیل گله‌های کوچکتر، خواهد شد. فرمانده، قوی‌ترین شیر گله است که مسئولیت نگهداری از قلمرو و بچه‌ها را به عهده دارد. او این مسئولیت را تا زمانی که شیر نر دیگری او را شکست دهد،

به عهده دارد. پس از شکست شیر نر، او و بچه‌های ضعیف یا کشته می‌شوند یا باید گله را ترک کنند. شیرهای ماده، معمولاً وظیفه شکار را به عهده دارند. آنها در هر بار زایمان دو تا سه شیر می‌آورند و شیرهای نر باید حداکثر تا دو سالگی گله را ترک کنند. آنها گروه‌های کوچکی را تشکیل می‌دهند تا زمانی که به اندازه کافی قوی شوند و به جنگ یک شیر نر از یک گله، بروند. این رفتار شیرها، ما را بر آن داشت تا یک الگوریتم ژنتیک متناسب با این رفتار توسعه دهیم. در ابتدا الگوریتم ژنتیک به یک جمعیت اولیه از جواب‌ها نیاز دارد؛ بنابراین به عنوان یک الگوریتم جمعیت‌محور، شناخته می‌شود [۲۷]. البته در این مسئله خاص، این مجموعه جواب‌ها نمی‌تواند تصادفی باشد و جواب‌هایی که در محدودیت‌های فعال صادق نباشد کنار گذاشته می‌شود. سپس، کلیه جواب‌ها به چند گروه (گله) تقسیم می‌شوند. تعداد جواب در هر گروه، باید بیش از دو جواب باشد. بهترین جواب در هر گروه (بر اساس تابع هدف) تحت عنوان فرمانده، شناخته می‌شود. سپس در داخل هر گروه، چند جواب جدید (فرزند) با استفاده از عملگر جهش بر اساس فرمانده، یا عملگر تولید مثل میان فرمانده و یکی از جواب‌های گروه، ایجاد می‌شود. الگوریتم ژنتیک در این پژوهش، از همان عملگرهای جهش و تولید مثل که میرابی (۲۰۱۴) معرفی کرده است استفاده می‌کند [۱۴]. شکل‌های ۱ و ۲ این عملگرها را معرفی می‌کنند.

رشته انتخابی

والد ۱	۰/۱	۰/۱	۰/۴	۰/۲	۰/۲
والد ۲	۰/۲	۰/۳	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۱
بچه ۱	۰/۱	۰/۳	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۲

شکل ۱. نحوه کارکرد عملگر تولید مثل

انتخاب تصادفی سه ژن

والد ۱	۰/۱	۰/۱	۰/۴	۰/۲	۰/۲
بچه ۱	۰/۱	۰/۱	۰/۴	۰/۲	۰/۲
بچه ۲	۰/۴	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۲
بچه ۳	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۲	۰/۴
بچه ۴	۰/۲	۰/۱	۰/۴	۰/۲	۰/۱
بچه ۵	۰/۴	۰/۱	۰/۲	۰/۲	۰/۴
بچه ۱	۰/۲	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۴

نمودار ۲. نحوه کارکرد عملگر جهش ابتکاری

در عملگر تولید مثل، باید دو جواب والد مختلف را گزینش کرد. هر جواب شامل پنج وزن، جهت تعیین میزان سرمایه‌گذاری در حوزه‌های مختلف است. طبیعی است مجموع وزن‌ها برابر با یک است. جهت تعیین جواب مولد یا فرزند، دو ژن (یا وزن) باید مطابق با یکی از والدین و سه ژن

مطابق با والدین دیگر باشد. باید دقت کرد که انتخاب ژن‌ها به گونه‌ای باشد که مجموع وزن‌ها در جواب فرزند نیز برابر با یک باشد. در غیر این صورت، به صورت تصادفی مقدار یک یا دو ژن را باید به حدی کاهش داد که محدودیت برقرار شود.

در عملگر جهش ابتکاری، یک جواب انتخاب شده و سه ژن از جواب به صورت تصادفی گزینش می‌شود. با استفاده از تغییر مکان این سه ژن در طول جواب، جواب‌های متعدد تولید شده و با استفاده از مقدار تابع هدف، بهترین جواب استخراج می‌شود. هر جواب جدید در هر گروه، تمامی فرماندهان گروه‌ها را به چالش می‌کشد و چنانچه بتواند یکی از آنها را شکست دهد و البته در محدودیت‌ها صادق باشد به عنوان فرمانده جدید آن گروه، معرفی می‌شود و فرمانده قبلی گروه به همراه بعضی از جواب‌های ضعیف آن گروه، حذف می‌شوند. پارامترهای الگوریتم پیشنهادی، به صورت زیر تعریف می‌شود:

m : تعداد جواب‌های اولیه (جمعیت اولیه کل شیرها).

در این پژوهش، هر جمعیت اولیه عبارتست از یک سبد سرمایه که به صورت تصادفی گزینش شده است، یعنی انتخاب متغیر تصمیم $x_k (k=s,r,c,g,fi)$ به صورت تصادفی در هر یک از زمینه‌های سرمایه‌گذاری. بدین ترتیب m سبد سرمایه به صورت تصادفی گزینش می‌شوند. مقدار m حداقل باید چهار باشد؛ زیرا ما به حداقل دو گروه، نیاز داریم که تعداد در هر گروه نیز حداقل باید دو جواب باشد. چنانچه جوابی در مجموعه محدودیت‌ها صادق نباشد باید با جواب دیگری جایگزین شود. n : تعداد گروه‌ها (گله‌ها). هر گروه (گله) باید حداقل دارای دو جواب (شیر) باشد و در نتیجه $2 \leq n \leq [m/2]$

k : تعداد تکرارهاست، که برای تولید جواب جدید در هر گروه نیاز است.

شبه کد الگوریتم شیر به شرح زیر است:

m, n و k را دریافت کن.

تابع ارزیاب (تابع هدف) را تشریح کن.

m جواب اولیه را به صورت تصادفی تولید کن. چنانچه جوابی در محدودیت‌ها صادق نبود با جواب تصادفی دیگری جایگزین کن.

n گروه (گله) با شماره‌های از یک تا n تولید کن.

برای $j=1:[m/n]+1$

برای $i=1:n$

اگر جواب (شیر) تخصیص داده نشده به گروه (گله) وجود دارد.

یک جواب (شیر) را به تصادف انتخاب کن و آن را به گروه (گله) شماره i تخصیص بده.

پایان.

پایان.

پایان.

برای $i=1:n$

بهترین جواب در گروه (گله) i را بر اساس تابع برازش (هدف) انتخاب کرده و نام آن را فرمانده قرار بده (فرمانده)=(تابع هدف)(arg Max).

پایان.

برای $i=1:k$

برای $j=1:n$

یک جواب (شیر) جدید در گله شماره i با عملگر ابتکاری روی فرمانده و یا عملگر جهش میان فرمانده و یکی از اعضاء گله، استخراج کن.

چنانچه جواب جدید در محدودیت ها صدق می‌کند آن (شیر جدید) را با همه فرماندهان گله‌ها مقایسه کن. اگر ارزش جواب (معادل با قدرت شیر) بهتر از یکی از آنهاست (بر اساس تابع هدف) فرمانده گله مربوطه را با جواب جدید (شیر جدید)، جایگزین کن و فرمانده و تعدادی از جواب‌ها با بدترین ارزش تابع هدف (تعدادی از ضعیف‌ترین شیرهای گله) را از گله، حذف کن.

پایان.

پایان.

همه فرماندهان را با یکدیگر مقایسه کن، هر کدام بهترین ارزش تابع هدف را ایجاد می‌کنند، جواب نهایی خواهد بود.

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌ها

در این بخش، کیفیت پاسخ‌های الگوریتم ژنتیک توسعه داده شده در مقایسه با جواب بهینه حاصل از حل مدل ریاضی که در بخش ۳ ارائه شد بررسی می‌شود. حداکثر زمان حل مدل ریاضی ۵ دقیقه (۳۰۰ ثانیه) فرض شده است که چنانچه در این مدت زمان، جواب بهینه حاصل نشود مسئله بدون جواب لحاظ خواهد شد. همچنین تعداد تکرار در الگوریتم ژنتیک برابر با ۱۰۰/۰۰۰ و حداکثر زمان حل همان ۵ دقیقه لحاظ شده است. چنانچه قبل از ۱۰۰۰۰۰ تکرار، زمان حل از ۵ دقیقه عبور کرد بهترین جواب حاصله، به عنوان جواب مسئله در نظر گرفته می‌شود.

تعداد پاسخ اولیه در الگوریتم ژنتیک (m) ۱۰۰۰ و تعداد دسته یا گروه (n) ۱۰ در نظر گرفته می‌شود. استفاده از عملگرهای معرفی شده در این الگوریتم کاملاً تصادفی خواهد بود و می‌توان درصد پنجاه-پنجاه را برای آنها لحاظ کرد.

تعداد سهام در بازار سهام برابر با یکصد سهم و حداکثر تعداد حوزه سرمایه‌گذاری ۵ (N_{max}) و حداقل (N_{min}) برابر با ۱، ۲ و ۳ فرض می‌شود (یکی از دلایل تعیین حداقل، کاهش ریسک سبد سرمایه است). همچنین حداکثر سرمایه تخصیصی به پس‌انداز (xf_{max}) یا همان سرمایه‌گذاری بدون ریسک، ۱۰۰٪ و حداقل (xf_{min}) ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ و نیز حداکثر تعداد سهام (ns_{max})

۱۰۰ و حداقل آن ($nsmin$)، ۱۰، ۲۰ و ۳۰ سهم فرض می‌شود. با این شرایط ۲۷ کلاس از مسئله را خواهیم داشت. برای هر گروه، ده مسئله با تولید تصادفی بازدهی‌ها (قطعی، خوش‌بینانه، محتمل و بدبینانه) تولید شد. بنابراین در مجموع ۲۷۰ مسئله تولید شده است.

مقدار سرمایه اولیه برابر با $1/000/000/000$ تومان و زمان بازدهی یکسال در نظر گرفته می‌شود و نرخ بازدهی پس‌انداز ۱۵٪ و نرخ بازدهی در هر بخش دیگر به صورت تصادفی یکنواخت و در بازه (۵۵٪، ۱۵٪-) محاسبه شده است. طبیعی است نرخ بازدهی منفی به معنای زیان خواهد بود. البته در مسائل دنیای واقعی نیاز به تخمین این نرخ از طریق نظر خبرگان، مؤسسات داخلی و بین‌المللی مثل بانک جهانی و داده‌های تاریخی است.

جدول ۲، مقایسه میان الگوریتم ژنتیک که با نرم‌افزار متلب کدنویسی شده است و جواب بهینه را که با نرم‌افزار گمز^۱ به دست آمده است را برای هر گروه از مسئله نشان می‌دهد.

^۱ GAMS

جدول ۲. مقایسه جواب حاصل از الگوریتم ژنتیک و جواب بهینه (زمان‌ها به ثانیه است)

کلاس مسئله	N_{max}	N_{min}	ns_{max}	ns_{min}	xf_{max}	xf_{min}	الگوریتم ژنتیک		مدل ریاضی	
							جواب	زمان	جواب	زمان
۱	۵	۱	۱۰۰	۱۰	%۱۰۰	%۱۰	۱۱۴	۱۳۶۲۵۱۵۰۰۰	۱۲۷۱۳۳۸۰۰۰	۲۰۲
۲	۵	۱	۱۰۰	۱۰	%۱۰۰	%۲۰	۱۱۷	۱۳۵۶۷۴۱۰۰۰	۱۳۵۸۵۳۵۰۰۰	۲۰۸
۳	۵	۱	۱۰۰	۱۰	%۱۰۰	%۳۰	۱۲۰	۱۳۳۲۴۶۷۰۰۰	۱۳۳۸۱۵۰۰۰۰	۱۹۸
۴	۵	۱	۱۰۰	۲۰	%۱۰۰	%۱۰	۱۲۵	۱۳۵۵۸۳۴۰۰۰	۱۳۵۶۰۲۶۰۰۰	۲۳۳
۵	۵	۱	۱۰۰	۲۰	%۱۰۰	%۲۰	۱۳۱	۱۳۳۳۱۰۶۰۰۰	۱۳۴۱۱۱۷۲۰۰۰	۲۳۹
۶	۵	۱	۱۰۰	۲۰	%۱۰۰	%۳۰	۱۱۸	۱۳۲۲۳۵۵۰۰۰	۱۳۴۰۴۷۹۰۰۰	۲۲۵
۷	۵	۱	۱۰۰	۳۰	%۱۰۰	%۱۰	۱۱۷	۱۳۴۴۰۴۸۰۰۰	۱۳۴۴۲۸۱۰۰۰	۲۷۶
۸	۵	۱	۱۰۰	۳۰	%۱۰۰	%۲۰	۱۲۱	۱۲۹۴۴۶۴۰۰۰	۱۳۰۱۲۴۵۰۰۰	۲۳۵
۹	۵	۱	۱۰۰	۳۰	%۱۰۰	%۳۰	۱۳۱	۱۲۴۹۷۶۷۰۰۰	۱۲۵۰۳۰۹۰۰۰	۲۴۳
۱۰	۵	۲	۱۰۰	۱۰	%۱۰۰	%۱۰	۱۲۹	۱۳۶۱۶۳۶۰۰۰	۱۳۶۸۰۰۱۰۰۰	۲۰۹
۱۱	۵	۲	۱۰۰	۱۰	%۱۰۰	%۲۰	۱۱۷	۱۳۳۷۵۷۱۰۰۰	۱۳۳۷۸۴۹۰۰۰	۲۱۸
۱۲	۵	۲	۱۰۰	۱۰	%۱۰۰	%۳۰	۱۲۳	۱۲۹۷۵۳۷۰۰۰	۱۳۰۷۱۱۱۰۰۰	۲۲۷
۱۳	۵	۲	۱۰۰	۲۰	%۱۰۰	%۱۰	۱۱۹	۱۳۳۸۳۲۶۰۰۰	۱۳۳۸۱۷۵۰۰۰	۲۳۴
۱۴	۵	۲	۱۰۰	۲۰	%۱۰۰	%۲۰	۱۳۵	۱۳۱۱۹۴۳۰۰۰	۱۳۲۶۹۲۶۰۰۰	۲۵۴
۱۵	۵	۲	۱۰۰	۲۰	%۱۰۰	%۳۰	۱۳۸	۱۳۰۸۴۹۷۰۰۰	۱۳۲۱۵۸۲۰۰۰	۲۰۸
۱۶	۵	۲	۱۰۰	۳۰	%۱۰۰	%۱۰	۱۴۱	۱۳۳۷۰۴۶۰۰۰	۱۳۳۸۸۶۱۰۰۰	۲۴۳
۱۷	۵	۲	۱۰۰	۳۰	%۱۰۰	%۲۰	۱۲۹	۱۳۰۲۴۵۳۰۰۰	-	>۳۰۰
۱۸	۵	۲	۱۰۰	۳۰	%۱۰۰	%۳۰	۱۳۰	۱۳۰۰۰۰۱۳۰۰۰	۱۳۱۲۳۳۲۰۰۰	۲۶۹
۱۹	۵	۳	۱۰۰	۱۰	%۱۰۰	%۱۰	۱۴۵	۱۳۴۶۳۷۹۰۰۰	۱۳۴۸۴۸۷۰۰۰	۲۵۸
۲۰	۵	۳	۱۰۰	۱۰	%۱۰۰	%۲۰	۱۴۲	۱۳۱۹۷۳۶۰۰۰	۱۳۲۰۴۲۵۰۰۰	۲۷۲
۲۱	۵	۳	۱۰۰	۱۰	%۱۰۰	%۳۰	۱۴۳	۱۳۱۰۸۴۷۰۰۰	-	>۳۰۰
۲۲	۵	۳	۱۰۰	۲۰	%۱۰۰	%۱۰	۱۴۸	۱۳۳۱۳۵۳۰۰۰	۱۳۴۷۶۵۱۰۰۰	۲۷۵
۲۳	۵	۳	۱۰۰	۲۰	%۱۰۰	%۲۰	۱۳۲	۱۳۳۰۵۹۵۰۰۰	۱۳۳۴۸۹۶۰۰۰	۲۸۴
۲۴	۵	۳	۱۰۰	۲۰	%۱۰۰	%۳۰	۱۳۶	۱۳۱۴۵۳۷۰۰۰	۱۳۲۰۱۸۱۰۰۰	۲۶۳
۲۵	۵	۳	۱۰۰	۳۰	%۱۰۰	%۱۰	۱۳۸	۱۳۱۵۰۸۸۰۰۰	۱۳۱۹۵۹۸۰۰۰	۲۸۹
۲۶	۵	۳	۱۰۰	۳۰	%۱۰۰	%۲۰	۱۴۳	۱۲۹۸۴۳۹۰۰۰	-	>۳۰۰
۲۷	۵	۳	۱۰۰	۳۰	%۱۰۰	%۳۰	۱۳۸	۱۲۵۸۹۶۱۰۰۰	۱۲۶۴۸۵۱۰۰۰	۲۷۸

لازم به ذکر است که اعداد نهایی جواب‌ها در جدول (۲) گرد شده‌اند و هر عدد از میانگین پاسخ ده تست مختلف که نرخ‌های بازدهی هر یک به صورت تصادفی استخراج شده‌اند حاصل شده است. همچنین چنانچه از مجموع ده مسئله، شش مسئله یا بیشتر در زمان زیر سیصد ثانیه به جواب نرسد برای آن کلاس، جوابی لحاظ نخواهد شد همچنان که برای کلاس‌های ۱۷، ۲۱ و ۲۶ در مورد جواب بهینه عددی درج نشده است.

از جدول ۲، مشخص است که الگوریتم ژنتیک بسیار سریع‌تر و اما با دقتی پایین‌تر به جواب رسیده است. اما نیاز است که اختلاف پاسخ‌ها به لحاظ آماری و به روش علمی بررسی شده تا

معناداری آزمون شود. بنابراین دو فرض را در کنار یکدیگر آزمون می‌کنیم؛ فرض صفر مبنی بر آنکه اختلاف میان بازدهی‌ها (حاصل از حل مدل و الگوریتم ژنتیک) صفر است ($\mu = 0$) در برابر فرض دیگری که این اختلاف را مثبت ارزیابی می‌کند ($\mu > 0$). مشخص است برای تعیین بازدهی هر کلاس باید میزان اختلاف میان میزان بازگشت سرمایه و سرمایه‌ابتدایی را بر سرمایه‌ابتدایی تقسیم کرد.

برای انجام آزمون فرض، فرض می‌شود اختلاف بین جواب‌ها (زمان‌های ختم) دارای توزیع نرمال بوده و سطح معناداری ۵ درصد ($\alpha = 0.05$) انتخاب می‌شود. چنانچه فرض درست باشد، متغیر تصادفی $T = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) / \sqrt{(S_1^2/n_1) + (S_2^2/n_2)}$ دارای توزیع t با درجه آزادی زیر خواهد بود.

$$df = (S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2 / \left(\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1} \right)$$

ارزش c بر اساس رابطه احتمال $Prob(T > c) = \alpha = 0.05$ به‌دست می‌آید. جدول ۳، نتایج این محاسبات را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشخص است علاوه بر میانگین پاسخ‌ها به انحراف استاندارد هر کلاس از جواب‌ها نیز نیاز است.

جدول ۳. تست معناداری روش‌های الگوریتم ژنتیک (GA) و حل بهینه (GAMS)

کلاس مسئله	Ave. R or (\bar{X})		Ave. SD or (S)		T	ϑ	t	معنادار؟
	GA	GAMS	GA	GAMS				
۱	٪۳۶/۳	٪۳۷/۱	٪۲/۶۵	٪۰/۶۱	۱/۰۳	۱۰	۱/۸۱	خیر
۲	٪۳۵/۷	٪۳۵/۹	٪۲/۰۵	٪۱/۹۴	۰/۲	۱۸	۱/۷۳	خیر
۳	٪۳۳/۲	٪۳۳/۸	٪۱/۲	٪۱/۵۲	۰/۹۳	۱۷	۱/۷۴	خیر
۴	٪۳۵/۶	٪۳۵/۶	٪۲	٪۱/۹	۰/۰۲	۱۸	۱/۷۳	خیر
۵	٪۳۳/۳	٪۳۴/۱	٪۱/۰۲	٪۱/۴۱	۱/۴۷	۱۶	۱/۷۵	خیر
۶	٪۳۳/۲	٪۳۴	٪۱/۲	٪۰/۹۸	۳/۷	۱۷	۱/۷۴	بله
۷	٪۳۴/۴	٪۳۴/۴	٪۲/۴۳	٪۲/۱۴	۰/۰۳	۱۸	۱/۷۳	خیر
۸	٪۲۹/۴	٪۳۰/۱	٪۲/۱۳	٪۱/۲۶	۰/۸۷	۱۵	۱/۷۵	خیر
۹	٪۲۵	٪۲۵	٪۲/۰۹	٪۲/۰۶	۰/۰۶	۱۸	۱/۷۳	خیر
۱۰	٪۳۶/۲	٪۳۶/۸	٪۰/۸۸	٪۰/۷۵	۱/۷۴	۱۸	۱/۷۳	بله
۱۱	٪۳۳/۸	٪۳۳/۸	٪۱/۷۳	٪۲/۰۴	۰/۰۳	۱۷	۱/۷۴	خیر
۱۲	٪۲۹/۸	٪۳۰/۷	٪۲/۱۷	٪۲/۶۵	۰/۸۸	۱۷	۱/۷۴	خیر
۱۳	٪۳۳/۸	٪۳۳/۹	٪۱/۲۷	٪۰/۶۶	۰/۰۹	۱۴	۱/۷۶	خیر
۱۴	٪۳۱/۲	٪۳۲/۷	٪۱/۲۱	٪۰/۸۵	۳/۲	۱۶	۱/۷۵	بله
۱۵	٪۳۰/۸	٪۳۲/۲	٪۱/۸۷	٪۰/۹۸	۱/۹۶	۱۴	۱/۷۶	بله
۱۶	٪۳۳/۷	٪۳۳/۹	٪۱/۲۳	٪۱/۶۲	۰/۲۸	۱۷	۱/۷۴	خیر
۱۷	٪۳۰/۲	-	٪۱/۴۳	-	-	-	-	-
۱۸	٪۳۰	٪۳۱/۲	٪۲/۲۲	٪۰/۷۹	۱/۶۵	۱۱	۱/۸	خیر
۱۹	٪۳۴/۶	٪۳۴/۸	٪۲/۶۹	٪۱/۷۶	۰/۲۱	۱۶	۱/۷۵	خیر

۲۰	٪۳۲	٪۳۲	٪۱/۸۶	٪۱/۷۲	۰/۰۹	۱۸	۱/۷۳	خیبر
۲۱	-	٪۳۱/۱	-	٪۱/۰۹	-	-	-	-
۲۲	٪۳۴/۸	٪۳۳/۱	٪۱/۴۷	٪۲/۱۴	۱/۹۹	۱۶	۱/۷۵	بله
۲۳	٪۳۳/۵	٪۳۳/۱	٪۱/۸۱	٪۲/۰۸	۰/۴۹	۱۸	۱/۷۳	خیبر
۲۴	٪۳۲	٪۳۱/۵	٪۱/۰۷	٪۲/۰۶	۰/۷۷	۱۴	۱/۷۶	خیبر
۲۵	٪۳۲	٪۳۱/۵	٪۰/۵۷	٪۰/۷۷	۱/۴۹	۱۷	۱/۷۴	خیبر
۲۶	-	٪۲۹/۸	-	٪۰/۹۸	-	-	-	-
۲۷	٪۲۶/۵	٪۲۵/۹	٪۰/۶۵	٪۰/۹۲	۱/۶۵	۱۶	۱/۷۵	خیبر

SD معرف انحراف معیار و هر کلاس مسئله، شامل ۱۰ مورد مستقل است

برای توضیح بیشتر، اولین ردیف از جدول ۳ را در نظر بگیرید؛ مقادیر n_1 و n_2 برای هر دو روش برابر با ۱۰ می‌باشند ($\mu_0 = 0$) و \bar{X}_1 و \bar{X}_2 به ترتیب برابر با $۳۷/۱$ و $۳۶/۳$ درصد هستند. همچنین انحراف استاندارد روش‌ها (S_1 و S_2) به ترتیب $۰/۶۱$ و $۲/۶۵$ درصد هستند. از آنجا که t برابر با $۱/۸۱$ خواهد شد و در مقایسه با قدرمطلق T که معادل $۱/۰۳$ به دست می‌آید عدد بزرگتری است، اختلاف معنادار نیست. از ۲۷ کلاس تنها ۵ کلاس دارای اختلاف معنادار است و این به معنای تنها ۱۸٪ از مسائل است. همچنین در ۱۲٪ از حالات مدل ریاضی نتوانسته در زمان متصور به جواب برسد و الگوریتم ژنتیک جواب مطلوب را در زمان مناسب حاصل کرده است. در نتیجه الگوریتم ژنتیک ارائه شده در حل مسائل مطلوب عمل کرده است.

همانگونه که پیشتر بیان شد، الگوریتم ارائه شده می‌تواند به‌عنوان یک سیستم پشتیبان تصمیم برای هر فرد سرمایه‌گذار جهت پیشنهاد برخی حوزه‌های سرمایه‌گذاری به‌کار گرفته شود. طبیعی است یکی از این حوزه‌ها؛ بازار سهام خواهد بود. جهت اعتبارسنجی الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش و راستی‌آزمایی نتایج در دنیای واقعی، فرض کنید فرد متمایل به سرمایه‌گذاری تنها در بازار سهام باشد (در واقع سطح صفر از مرحله سرمایه‌گذاری را پشت سر گذاشته است و تصمیم در ارتباط با حوزه سرمایه‌گذاری قطعی شده است). در حقیقت در مدل (۴)، $x_s = 1$ است و بقیه متغیرهای تصمیم برابر با صفر خواهند بود. حال جهت بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، می‌توان آن را با استفاده از داده‌های واقعی بازار سهام، با یکی از جدیدترین و کارآمدترین الگوریتم‌های توسعه داده شده قیاس کرد. با بررسی ادبیات موضوع یکی از جدیدترین الگوریتم‌های موجود که همچون الگوریتم پژوهش حاضر، الهامی از طبیعت می‌باشد، الگوریتم فراابتکاری نهنگ^۱ (WA) است که توسط فلاح‌پور و همکاران (۲۰۱۸) در بهینه‌سازی سبد سهام و با استفاده از داده‌های واقعی به‌کار گرفته شده است. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش، قیمت‌های روزانه شاخص ۵۰ شرکت فعال تر بورسی بازار اوراق بهادار تهران از ابتدای مهر ۱۳۹۱ تا پایان شهریور ۱۳۹۶ می‌باشند. لازم به توضیح است که تعدادی از شرکت‌های موجود در شاخص ۵۰ شرکت فعال تر

^۱: Whale Algorithm (WA)

بورسی که پس از مهر ۱۳۹۱ عرضه عمومی شده‌اند، در سبد بهینه لحاظ نشده‌اند. در جدول (۴) شرکت‌های موجود در این شاخص، به همراه میانگین و واریانس بازدهی آنها نمایش داده شده است. این جدول، با بهره‌گیری از قیمت‌های روزانه سهام هر یک از شرکت‌ها از تاریخ ۱۳۹۱/۰۷/۰۱ تا ۱۳۹۶/۰۶/۳۱ ایجاد شده است [۵].

جدول ۴. آمارهای توصیفی شرکت‌های موجود در شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر بورسی [۵]

ردیف	نماد	میانگین بازدهی‌ها	انحراف معیار بازدهی‌ها	ردیف	نماد	میانگین بازدهی‌ها	انحراف معیار بازدهی‌ها
۱	اخابر	۰/۰۰۰۵	۰/۰۱۵۴	۲۲	شپنا	۰/۰۰۰۵	۰/۰۵۶۹
۲	البرز	۰/۰۰۰۹	۰/۰۱۸۶	۲۳	شتران	۰/۰۰۵۴	۰/۱۵۲۳
۳	بترانس	۰/۰۰۱۸	۰/۰۲۲۴	۲۴	شخارک	۰/۰۰۱۴	۰/۰۱۴۴
۴	پارسان	۰/۰۰۰۶	۰/۰۲۸۸	۲۵	فاذر	۰/۰۰۱۴	۰/۰۲۶۰
۵	پکرمان	۰/۰۰۱۶	۰/۰۲۷۶	۲۶	فاراک	۰/۰۰۱۶	۰/۰۲۴۶
۶	ناژن	۰/۰۰۰۶	۰/۰۳۸۳	۲۷	فباهر	۰/۰۰۲۲	۰/۰۲۸۵
۷	خاور	۰/۰۰۰۷	۰/۰۲۶۶	۲۸	فخاس	۰/۰۰۰۰	۰/۰۱۸۴
۸	خپهمن	۰/۰۰۰۷	۰/۰۲۳۷	۲۹	فملی	۰/۰۰۰۵	۰/۰۱۷۴
۹	خپارس	۰/۰۰۱۵	۰/۰۳۰۳	۳۰	فنوال	۰/۰۰۱۷	۰/۰۳۱۵
۱۰	خزامیا	۰/۰۰۰۸	۰/۰۳۰۶	۳۱	فولاد	۰/۰۰۰۹	۰/۰۱۷۱
۱۱	خساپا	۰/۰۰۱۱	۰/۰۲۹۸	۳۲	کسرا	۰/۰۰۱۲	۰/۰۲۳۷
۱۲	خکاوه	۰/۰۰۰۱	۰/۰۳۲۰	۳۳	کماسه	۰/۰۰۱۹	۰/۰۲۹۲
۱۳	خودرو	۰/۰۰۰۷	۰/۰۲۶۸	۳۴	واتی	۰/۰۰۱۶	۰/۰۳۰۶
۱۴	دجابر	۰/۰۰۱۸	۰/۰۱۷۳	۳۵	وامید	۰/۰۰۰۸	۰/۰۱۱۲
۱۵	دعبید	۰/۰۰۳۰	۰/۰۲۲۴	۳۶	وبانک	۰/۰۰۱۶	۰/۰۱۷۳
۱۶	رتاپ	۰/۰۰۱۰	۰/۰۱۶۴	۳۷	ویملت	۰/۰۰۰۲	۰/۰۲۶۳
۱۷	رمپنا	۰/۰۰۱۴	۰/۰۱۹۶	۳۸	ویبمه	۰/۰۰۰۷	۰/۰۳۴۱
۱۸	شاراک	۰/۰۰۰۱	۰/۰۳۶۲	۳۹	وتجارت	۰/۰۰۰۴	۰/۰۲۱۰
۱۹	شبندر	۰/۰۰۱۱	۰/۰۳۴۲	۴۰	وساپا	۰/۰۰۰۶	۰/۰۲۹۵
۲۰	شپاکسا	۰/۰۰۰۹	۰/۰۶۰۵	۴۱	ولسایا	۰/۰۰۰۹	۰/۰۲۳۴
۲۱	شپلی	۰/۰۰۱۵	۰/۰۳۷۸	۴۲	ومعادن	۰/۰۰۰۸	۰/۰۱۸۴

برتری الگوریتم نهنگ بر الگوریتم‌های استعماری و ازدحام ذرات در پژوهش فلاح‌پور و همکاران (۲۰۱۸)، دلیل دیگری بر انتخاب این الگوریتم جهت قیاس خروجی نتایج می‌باشد. فلاح‌پور و همکاران (۲۰۱۸) در انتخاب سبد بهینه و بررسی عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ از معیار ریزش مورد انتظار برای سنجش ریسک استفاده کرده‌اند که این مورد در پژوهش حاضر با تخمین‌های بدبینانه، محتمل و خوش‌بینانه تحلیل خواهد شد. جهت قیاس، فرضیه‌های زیر در نظر گرفته شده است:

۱. پرتفوی‌های ارائه شده توسط الگوریتم ژنتیک ترکیبی دارای بازدهی‌های بالاتری نسبت به پرتفوی‌های الگوریتم نهنگ هستند.
 ۲. انحراف معیار بازدهی پرتفوی‌های ارائه شده توسط الگوریتم ژنتیک ترکیبی با انحراف معیار پرتفوی‌های الگوریتم نهنگ برابر هستند.
- جهت بررسی عملکرد دو الگوریتم، داده‌های جدول (۴) را مد نظر قرار می‌دهیم. پارامترها در الگوریتم ژنتیک ترکیبی همچون قسمت قبلی خواهند بود. البته باید توجه داشت که در اینجا m یا تعداد جواب‌های اولیه، برابر با تعداد سبد سهام می‌باشد که هر سبد سهام که یک جواب اولیه مسئله است، به صورت تصادفی و از مجموعه سهام شرکت‌های موجود انتخاب می‌شود. یعنی برای حصول هر جواب اولیه، سرمایه به صورت تصادفی بین سهام‌های مختلف تقسیم می‌شود و طبیعتاً ممکن است در هر سبد، تنها برخی از سهام‌ها گزینش شوند. سپس این تعداد جواب اولیه به n گروه تقسیم می‌شوند (دقیقاً مانند آنچه در بخش قبل تشریح شد با این تفاوت که هر جواب تنها معرف یک سبد سهام است نه سبد سرمایه). برای الگوریتم نهنگ، پارامترهای الگوریتم همانند آنچه فلاح‌پور و همکاران (۲۰۱۸) لحاظ کرده‌اند، در نظر گرفته شده است. جدول (۵) میانگین بازدهی سبد بهینه و انحراف معیار سبد بهینه حاصل از خروجی هر دو الگوریتم ژنتیک ترکیبی و الگوریتم نهنگ را در ده تکرار اجرا نشان می‌دهد (اجرای ده تکرار جهت اطمینان از ارزیابی نهایی اتخاذ شده است تا تنها با یک بار حل نتیجه‌گیری نشود).

جدول ۵. مقایسه دو الگوریتم انتخابی برای ده کلاس مسئله

کلاس مسئله	الگوریتم ژنتیک ترکیبی		الگوریتم نهنگ	
	میانگین بازدهی سبد	انحراف معیار بازدهی	میانگین بازدهی سبد	انحراف معیار بازدهی
۱	۰/۰۰۲۹	۰/۰۲۵۵	۰/۰۰۲۵	۰/۰۲۷۲
۲	۰/۰۰۲۷	۰/۰۲۵۲	۰/۰۰۲۷	۰/۰۲۶۳
۳	۰/۰۰۲۸	۰/۰۲۹۰	۰/۰۰۲۶	۰/۰۲۸۴
۴	۰/۰۰۳۱	۰/۰۲۶۱	۰/۰۰۲۵	۰/۰۲۶۶
۵	۰/۰۰۲۵	۰/۰۲۳۳	۰/۰۰۲۶	۰/۰۲۵۲
۶	۰/۰۰۳۰	۰/۰۱۶۴	۰/۰۰۲۵	۰/۰۱۸۱
۷	۰/۰۰۲۷	۰/۰۲۰۹	۰/۰۰۲۶	۰/۰۲۳۱
۸	۰/۰۰۲۳	۰/۰۱۴۱	۰/۰۰۱۸	۰/۰۱۷۷
۹	۰/۰۰۳۰	۰/۰۱۶۸	۰/۰۰۲۶	۰/۰۱۹۴
۱۰	۰/۰۰۲۴	۰/۰۱۱۲	۰/۰۰۱۹	۰/۰۱۲۸
میانگین	۰/۰۰۲۷	۰/۰۲۰۹	۰/۰۰۲۴	۰/۰۲۲۴

با توجه به نتایج گزارش شده در جدول (۵) مشخص است که در کلاس ۵، الگوریتم نهنگ عملکرد بهتری داشته و در کلاس ۲، هر دو الگوریتم عملکرد مشابهی داشته‌اند؛ اما در بقیه کلاس‌ها الگوریتم ژنتیک ترکیبی، عملکرد مناسب‌تری در انتخاب سبد بهینه داشته است. همچنین با معیار

انحراف معیار، الگوریتم نهنگ تنها در کلاس ۳، عملکرد مناسب‌تری داشته است. نتایج آزمون فرض آماری مقایسه میانگین‌ها که در جدول ۶ ارائه شده است، نیز تأییدکننده فرضیه‌های ارائه شده هستند.

جدول ۶. آزمون مقایسه میانگین بازدهی دو الگوریتم

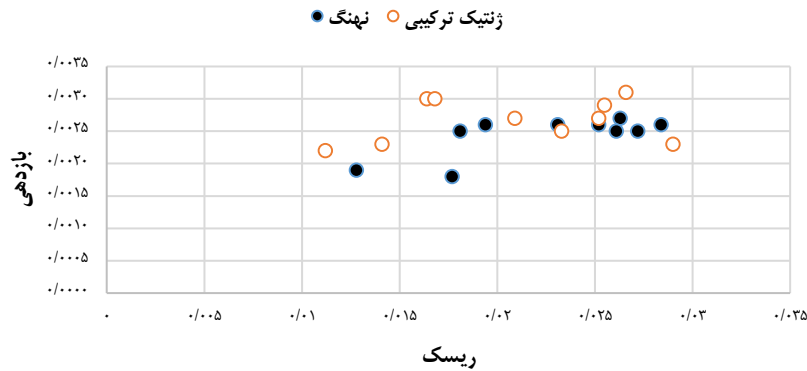
R	Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
	F	Sig.	T	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
								Lower	Upper
Equal variances assumed	۰/۰۲۵	۰/۸۷۷	۲/۳۶۶	۱۸	۰/۰۲۹	۰/۰۰۰۳۱۰۰	۰/۰۰۰۱۳۱۰	۰/۰۰۰۰۳۴۷	۰/۰۰۰۰۵۸۵۳
Equal variances not assumed			۲/۳۶۶	۱۷/۶۵۲	۰/۰۳۰	۰/۰۰۰۳۱۰۰	۰/۰۰۰۱۳۱۰	۰/۰۰۰۰۳۴۳	۰/۰۰۰۰۵۸۵۷

Sig مربوط به آزمون لوین بزرگتر از سطح معنی‌داری ۵ درصد است؛ در نتیجه فرض برابری واریانس‌ها (H_0) تأیید می‌شود. بنابراین اطلاعات سطر اول را برای نتیجه‌گیری در مورد میانگین، مورد بررسی قرار می‌دهیم. Sig آزمون تساوی میانگین با فرض تساوی واریانس، کمتر از ۵ درصد است، پس فرض صفر (یعنی تساوی میانگین‌ها) رد می‌شود. از آنجا که حد پایین و حد بالای تخمین فاصله‌ای، هر دو مثبت هستند، در سطح اطمینان ۹۵ درصد می‌توان گفت که میانگین بازدهی سبد الگوریتم ژنتیک ترکیبی پیشنهادی از میانگین بازدهی سبد الگوریتم نهنگ بیشتر است.

$$۰/۰۰۰۰۳۴۷ \leq \mu_{R-proposedGA} - \mu_{R-WA} \leq ۰/۰۰۰۰۵۸۵۳ \rightarrow \mu_{R-proposedGA} > \mu_{R-WA}$$

همچنین نتایج آزمون فرض آماری مربوط به انحراف معیار بازدهی پرتفوی‌های ارائه شده توسط الگوریتم ژنتیک ترکیبی با انحراف معیار پرتفوی‌های الگوریتم نهنگ، تأیید کرد که انحراف معیار بازدهی پرتفوی‌های دو الگوریتم مورد مقایسه در سطح اطمینان ۹۵ درصد تفاوت معناداری باهم ندارند. در ضمن، زمان دستیابی به پرتفوی بهینه توسط الگوریتم ژنتیک ترکیبی، کمتر از زمان دستیابی به پرتفوی بهینه با الگوریتم نهنگ بود.

شکل ۳، عملکرد دو الگوریتم را به صورت نموداری نمایش داده است. همان‌گونه که در این شکل مشخص است با توجه به هر دو معیار بازدهی و ریسک، الگوریتم ژنتیک ترکیبی عملکرد مناسب‌تری نسبت به الگوریتم نهنگ دارد.



نمودار ۳: عملکرد الگوریتم‌های نهنگ و ژنتیک ترکیبی

۵. بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش، بحث تعیین سبد سرمایه در بخش‌های مختلف مد نظر قرار گرفت که یکی از بخش‌های مورد توجه، سبد سهام است. همچنین به علت اهمیت ریسک‌پذیری منطقی در بحث سرمایه‌گذاری به جهت کسب بازدهی بیشتر، با تعیین تخمین‌های بدبینانه، محتمل و خوش‌بینانه برای بازدهی هر بخش، سعی در مدیریت ریسک شد. طبیعی است در هر سرمایه‌گذاری، ضمن دوری حداکثری از ریسک‌های منفی باید سعی در برخورداری حداکثری از ریسک‌های در جهت مثبت کرد. با چنین شرایطی و همچنین فرض تعیین حداکثر زمین‌های سرمایه‌گذاری در هر دو بخش بازدهی ریسکی و بدون ریسک و همچنین تعیین حداقل و حداکثر تعداد سهام سرمایه‌گذاری شده، مسئله مدل‌سازی شد. با توجه به پیچیدگی‌های مدل و زمان‌بر بودن حل آنها و اینکه در برخی حالات، حتی روش‌های بهینه به جای یافتن بهینه کلی به بهینه محلی بسنده می‌کنند، یک الگوریتم ژنتیک ابتکاری برای حل مسئله توسعه داده شد. حل ۲۷۰ مسئله تولید شده با هر دو روش ژنتیک و مدل ریاضی، بیانگر دقت و سرعت بالای الگوریتم ژنتیک در دستیابی به جواب مطلوب است.

همچنین این پژوهش به بهینه‌سازی سبد سهام به کمک الگوریتم فراابتکاری ترکیبی ژنتیک و الگوریتم بهینه‌سازی شیر پرداخته است. این الگوریتم‌های فراابتکاری با بهره‌مندی از زندگی اجتماعی یکی از بزرگترین گربه‌سانان (یعنی شیرها)، می‌تواند با سرعت بالا و در عین حال با دقت زیاد، جواب بهینه را پیدا کند.

در همین راستا برای ارزیابی کارایی این الگوریتم در مقایسه با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری از بازده‌های سهام شرکت‌های موجود در شاخص ۵۰ شرکت فعال تر بورس اوراق بهادار تهران از تاریخ ۱۳۹۱/۰۷/۰۱ تا ۱۳۹۶/۰۶/۳۱ استفاده شد. همان‌طور که در بخش ۴ ملاحظه شد، پرتفوی‌های ارائه شده توسط الگوریتم فراابتکاری ترکیبی ژنتیک در سطح مشخصی از ریسک،

بازده بیشتری نسبت به الگوریتم نهنگ (که قبلاً کارآمدی آن اثبات شده بود) دارند و این روش می‌تواند عایدی بیشتری را در مقایسه با الگوریتم‌های مشابه، نصیب سرمایه‌گذاران کند. سپس با آزمون‌های فرض آماری چنین استنباط شد که در حالی که انحراف معیار بازدهی پرتفوی‌های ارائه شده توسط الگوریتم ژنتیک ترکیبی با انحراف معیار پرتفوی‌های الگوریتم نهنگ تفاوت معناداری باهم ندارند؛ میانگین بازدهی سبد الگوریتم ژنتیک ترکیبی پیشنهادی از میانگین بازدهی سبد الگوریتم نهنگ بیشتر است و الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش، عملکرد بهتری دارد. در ضمن، این الگوریتم نسبت به روش‌های آزموده شده در این پژوهش، می‌تواند سریع‌تر و در زمان کمتری به سمت جواب بهینه حرکت کند. این موضوع از آن جهت دارای اهمیت است که در صورت اضافه شدن محدودیت‌های بیشتر و پیچیده‌تر شدن مسئله، به کمک این الگوریتم می‌توان زودتر به جواب رسید.

دلیل تعریف مسئله‌ای جدید در حوزه سرمایه‌گذاری در این پژوهش، نزدیک‌تر شدن بیشتر به مسائل دنیای واقعی بود و معرفی و توسعه دیگر الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری با لحاظ کردن شرایط معرفی شده، می‌تواند زمینه مناسبی برای پژوهش‌های آتی در جهت افزایش سرعت و دقت حل چنین مسائلی باشد. در انتها، به‌عنوان موضوع پیشنهادی برای پژوهش‌های آینده، می‌توان با افزودن سایر محدودیت‌ها از جمله قید نقدشوندگی سهام، در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی، میزان بودجه و غیره، مدل پیشنهادی را جامعیت بخشیده و بدین ترتیب پرتفوی‌های بهینه را بازم به واقعیت نزدیک‌تر کرد.

منابع

1. Ackora-Prah, J., Gyamerah, S. A. & Andam, P. S., (2014). A Heuristic Crossover for Portfolio Selection, *Applied Mathematical Sciences*, 8(65): 3215-3227.
2. Alhalase R. H., Islam, A. & Bakar, R., (2016). Portfolio Selection problem: Models Review, *The Social Science*, 11(14): 3408-3417.
3. Amiri, M. (2007). Optimization of Financial Portfolio by Using Nadir Compromising Programming. *Industrial Management Studies*, 6(15), 143-165. (in Persian)
4. Eslami Bidgoli, G., & Talangi, A. (1999). Ideal Planning Models for selecting Optimal Portfolio. *Financial Research Journal*, 4(14), 50-71. (in Persian)
5. Fallahpour, S., Asefi, S., Fallahtafti, S., Bagherikazemabad, M. (2018). Portfolio Optimization Using the Whale Algorithm with Expected Shortfall as the Measure of Risk. *Financial Engineering and Portfolio Management*, 9(37), 110-132. (in Persian)
6. Hadi A., Naggar, A. A., & Bary, M. N. (2016). New Model and Method for Portfolios Selection, *Applied Mathematical Sciences*, 10(6): 263-288.
7. Holland, J. H., (1975). *Adaptation in natural and artificial systems*, University of Michigan Press.
8. Ivanova, M., & Dospatliev, L., (2017). Application of Markowitz Portfolio Optimization on BULGARIAN Stock Market from 2013 to 2016, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 117(20): 291-307.
9. Kalayci, C. B., Polat, O., & Akbay, M. A. (2020). An efficient hybrid metaheuristic algorithm for cardinality constrained portfolio optimization. *Swarm and Evolutionary Computation*, 54, 100662.
10. Konno, H. & Suzuki, A. (1995). A mean variance skewness optimization model, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 38: 173-187.
11. Li, Z., & Tam, V. (2020). A Novel Meta-Heuristic Optimization Algorithm Inspired by the Spread of Viruses. *arXiv preprint arXiv: 2006.06282*.
12. Mansini, R., & Speranza, M. G., (1999). Heuristic algorithms for the portfolio selection problem with minimum transaction lots, *European Journal of Operational Research*, 114: 219-233.
13. Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
14. Mirabi, M. (2014). A novel hybrid genetic algorithm to solve the sequence dependent permutation flow-shop scheduling problem, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 71: 429-437.
15. Moradi, M., (2018). Portfolio Optimization in Tehran Stock Exchange by Water Cycle Algorithm. *Journal of Financial Management Perspective*. 7(20), 9-32. (in Persian)
16. Mulligan, D. W. (2016). *Improved modeling of three-point estimates for decision making: going beyond the triangle*. Naval Postgraduate School Monterey United States.
17. Ni, Y. H., Li, X., Zhang, J. F., & Krstic, M. (2019). Equilibrium Solutions of Multiperiod Mean-Variance Portfolio Selection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 65(4), 1716-1723.
18. Nikoo, S. F., shams, S., & Seiquali, M. (2020). Modeling of Optimal Stock portfolio Optimization Based on Risk Assessment and Behavioral Financial Approach (Mental Accounting) in Tehran Stock Exchange. *Journal of Financial Management Perspective*, 10(31). (in Persian)

19. Pakmaram, A., Bahri Sales, J., Valizadeh, M. (2017). Selection and Portfolio Optimization by Genetic Algorithms using the Mean Semi-Variance Markowitz Model. *Financial Engineering and Portfolio Management*, 8(31), 19-42. (in Persian)
20. Pereira, P., (2000). Genetic Algorithm Optimization for Finance and Investments, *MPRA Paper*, 8610, University Library of Munich, Germany.
21. Rockafellar, R., Uryasev, S., & Zabarankin, M. (2006). Generalized deviations in risk analysis, *Finance and Stochastics*, 10: 51-74.
22. Rockafellar, R., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk, *Journal of Risk*, 2: 21-41.
23. Sharpe, W. F., (1964). Capital Asset Price: A Theory of Market Equilibrium Under Condition of Risk, *The Journal of Finance*, 19(3): 425-442.
24. Shaw, D. X., Liu, S., & Kopman, L., (2008). Lagrangian relaxation procedure for cardinality-constrained portfolio optimization, *Optimization Methods and Software*, 23: 411-420.
25. Sina, A., & Fallah, M. (2020). Comparison of Value Risk Models and Coptola-CVaR in Portfolio Optimization in Tehran Stock Exchange. *Journal of Financial Management Perspective*. 10(29), 125-146. (in Persian)
26. Tobin, J., (1967). Life Cycle Saving and Balanced Growth, In: Ten Economic Studies in the Tradition of Irving Fisher, *New York: Wiley*: 231-256.
27. Yazdani, M., & Jolai, F. (2016). Lion optimization algorithm (LOA): a nature-inspired metaheuristic algorithm. *Journal of computational design and engineering*, 3(1), 24-36.
28. Zare, M. H., Nilchi, M., & Fareed, D., (2020). Comparative Evaluation of Markowitz Approach with a New Hybrid Method to Create an Optimal Portfolio Using Deep DNN Learning Method and Gravitational Search Algorithm. *Journal of Financial Management Perspective*. 9(28). 165-188. (in Persian)
29. Zarei Mahmoudabadi, M. (2016). Multilevel Measuring of Efficiency in Banking Industry (Network Slacks-Based Measure (NSBM) Approach). *Industrial Management Journal*, 8(3), 359-380. (in Persian)
30. Zhang, W. G., Chen, W., & Wang, Y. L., (2006). The adaptive genetic algorithm for portfolio selection problem, *International Journal of Computer Science and Network Security*, 6(1): 196-200.