

Time Variable Modeling of the Optimal Hedge Ratio Using Future Contracts: A Combined Approach of Pair- Capula Functions and Wavelet Decomposition

Maryam Borzabadi Farahani*, **Mohammad Hassan Gholizadeh****,
Ebrahim Chirani***

Abstract

The dependency structure of the futures and spot markets is crucial for achieving the optimal hedge ratio. Accordingly, the use of methods that consider the structural dependence on the decomposed frequencies in the modeling can achieve the optimal hedge ratio. The purpose of this study is to model the optimal hedge ratio in futures and spot markets of gold coin with respect to structural dependence based on wavelet-Copula as time variables. For this purpose, the data of spot and futures markets of gold coins in Tehran Stock Exchange during March 25, 2014 to September 2, 2018 were used in daily time frame. The results of time variability wavelet analysis model, GARCH-Copula model, and Combined Pair-Capula Functions and Wavelet Decomposition showed better performance of the models based on Combined Pair-Capula Functions and Wavelet Decomposition in the medium and long term.

Keywords: The Optimal Hedge Ratio; Coppola functions; Wavelet analysis; Future Contracts.

Received: 2019.December.15, Accepted: 2020.June.16.

* Ph.D. Student in Financial Engineering, Department of Management, Rasht Branch, Islamic Azad University, Rasht, Iran.

** Associate Prof, Department of Management, University of Guilan, Rasht, Iran (Corresponding Author). E-mail: Gholizadeh@guilan.ac.ir

*** Assistant Prof, Department of Management, Rasht Branch, Islamic Azad University, Rasht, Iran.

مدل‌سازی متغیر زمانی نسبت بهینه پوشش ریسک با استفاده از قراردادهای آتی: رهیافت ترکیبی توابع کاپولای زوجی و تجزیه موجک

مریم برزآبادی فراهانی*، محمدحسن قلی‌زاده**، ابراهیم چیرانی***

چکیده

ساختار وابستگی بازارهای آتی و نقدی برای رسیدن به نسبت بهینه پوشش ریسک از اهمیت بسزایی برخوردار است. بر این اساس، استفاده از روش‌هایی که وابستگی ساختاری در فرکانس‌های تجزیه‌شده را در مدل‌سازی در نظر می‌گیرد، می‌تواند موجب رسیدن به نسبت بهینه پوشش ریسک شود. هدف پژوهش حاضر، مدل‌سازی نسبت بهینه پوشش ریسک در بازارهای آتی و نقدی سکه طلا با لحاظ وابستگی ساختاری بر اساس توابع کاپولای زوجی و تجزیه موجک (Wavelet-Copula) به صورت متغیر زمانی است. برای این منظور از داده‌های بازارهای نقدی و آتی سکه طلا در «بورس اوراق بهادار تهران» طی دوره ابتدای فروردین‌ماه سال ۱۳۹۳ تا ابتدای شهریورماه سال ۱۳۹۷ به صورت روزانه استفاده شده است. نتایج بررسی کارایی متغیر زمانی مدل تجزیه موجک، مدل GARCH-Copula و مدل ترکیبی کاپولای زوجی و تجزیه موجک نشان‌دهنده کارایی بهتر مدل‌های مبتنی بر توابع کاپولای زوجی و تجزیه موجک در افق زمانی میان مدت و بلندمدت است.

کلیدواژه‌ها: نسبت بهینه پوشش ریسک؛ توابع کاپولا؛ تجزیه موجک؛ قراردادهای آتی.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۹/۲۴، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۳/۲۷.

* دانشجوی دکتری مهندسی مالی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد رشت، رشت، ایران.

** دانشیار گروه مدیریت، دانشگاه گیلان، رشت، ایران (نویسنده مسئول).

E-mail: Gholizadeh@guilan.ac.ir

*** استادیار گروه مدیریت، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد رشت، رشت، ایران.

۱. مقدمه

استفاده از قراردادهای آتی نقش مهمی در مدیریت ریسک دارد [۱۲]. برای فعالان بازار، موضوع تعیین نسبت بهینه پوشش ریسک از اهمیت زیادی برخوردار است؛ زیرا بدون اطلاع از این نسبت، پوشش‌دهندگان ریسک با یکی از دو حالت پوشش ریسک بیش از حد و یا پوشش ریسک کمتر از حد مواجه خواهند بود. پوشش ریسک بیش از حد، به حالتی اطلاق می‌شود که فرد اقدام به نگهداری موقعیت‌های تعهدی آتی به تعدادی بالاتر از میزان مورد نیاز خود می‌نماید که با توجه به لزوم تودیع وجوه تضمین اولیه برای اتخاذ موقعیت تعهدی در بازار قراردادهای آتی، هزینه اضافی به وی تحمیل می‌شود و در نهایت هزینه پوشش ریسک افزایش خواهد یافت. در اتخاذ استراتژی پوشش ریسک کمتر از حد نیز، فرد تعداد موقعیت‌های تعهدی ناکافی را اتخاذ می‌نماید که بروز نوسانات قیمت دارایی پایه، فرد را در معرض ریسک قرار خواهد داد. از این رو تعیین نسبت بهینه پوشش ریسک یکی از ملزومات اصلی اتخاذ سیاست پوشش ریسک کارآمد است [۲]. برای تبیین نسبت بهینه پوشش ریسک به‌طور عمومی، با در نظر گرفتن یک سبد دارایی و لحاظ کردن واریانس بازدهی آن به‌عنوان مبنای اندازه‌گیری ریسک تلاش می‌شود تعداد قراردادهای آتی که واریانس سبد دارایی را حداقل می‌کند، تعیین شود. روش حداقل واریانس به‌صورت فرض، نرمال بودن توزیع بازدهی قیمت‌های آتی و نقدی را پذیرفته است؛ همچنین نتایج تجربی و مطالعات صورت‌گرفته نشان می‌دهد که نسبت بهینه پوشش ریسک در یک دوره زمانی مشخص و ثابت، فاقد کارایی لازم خواهد بود [۶].

در تعیین نسبت بهینه پوشش ریسک و نحوه بررسی آن، ماهیت وابستگی بین بازدهی‌های مالی از موضوع‌های مهم در اقتصاد مالی کاربردی به‌شمار می‌رود؛ بنابراین در این پژوهش لحاظ وابستگی ساختاری بین دارایی‌های مالی و تأثیر آن بر سنجش پوشش ریسک با در نظر گرفتن قراردادهای آتی و با اشکال مختلفی همچون توابع کاپولا و موجک‌ها بررسی خواهد شد. با توجه به مسائل مطرح‌شده در بررسی نسبت بهینه پوشش ریسک، در نظر گرفتن ساختار وابستگی بازارهای نقدی و آتی، در نظر گرفتن ساختار فرکانس‌های موجود در تابع بازدهی آن‌ها و نیز در نظر گرفتن وابستگی ساختاری غیرخطی موجود در تابع بازدهی آن‌ها موجب شده است که فقدان یک رویکرد مناسب در بررسی و بهینه‌یابی نسبت بهینه پوشش ریسک احساس شود. از طرفی، بررسی این موضوع به‌صورت متغیر در زمان برای بررسی کارایی عملکرد آن از نکاتی است که به آن اشاره شود. در این پژوهش به محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک با معیار حداقل واریانس و میانگین واریانس و برآورد این نسبت در طول زمان به روش‌های توابع کاپولای زوجی^۱ و موجک پرداخته شده است.

1. Pair – copula.

۲. مبانی و پیشینه پژوهش

منظور از نسبت پوشش ریسک، نسبت ارزش قراردادهای آتی به ارزش قراردادهای نقدی در یک سبد دارایی متشکل از این دو نوع قرارداد است. با توجه به نقش قراردادهای آتی در کاهش (پوشش) ریسک تغییرات قیمت نقدی، می‌توان به اهمیت انتخاب اصولی این نسبت برای سرمایه‌گذاران و تولیدکنندگان کالا پی برد. این انتخاب بر حسب تابع هدف موردنظر سرمایه‌گذار می‌تواند از اصول متفاوتی پیروی کند و در نتیجه بهینگی نسبت پوشش ریسک به تابع هدف هر فرد بستگی خواهد داشت. به‌علاوه منظور از کارایی نسبت پوشش ریسک، قدر استفاده از این نسبت در جهت رسیدن به تابع هدف مطلوب است که معمولاً کاستن از ریسک سبد دارایی پوشش داده‌شده به‌وسیله قراردادهای آتی است. قدم نخست برای تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک، بررسی تغییرات قیمت قراردادهای نقدی کالا و تلاش برای مدل‌سازی آن است. از آنجاکه این تغییرات متأثر از عوامل بسیار مختلف و گاهی غیرقابل اندازه‌گیری و تصادفی هستند، می‌توان از روش‌های سری زمانی برای تخمین توزیع این تغییرات استفاده کرد. به‌طور کلی بخش اعظمی از روش‌های استخراج نسبت بهینه پوشش ریسک را می‌توان به دو گروه کلی روش‌های حداقل‌کننده ریسک و روش‌های حداکثرکننده مطلوبیت تقسیم کرد [۱۲].

در روش‌های حداقل‌کننده ریسک، ابتدا معیار ریسک تعریف می‌شود و سپس با حداقل‌کردن آن، نسبت بهینه پوشش ریسک محاسبه می‌شود که یکی از معروف‌ترین و رایج‌ترین آن‌ها واریانس است. معیار دیگر، ضریب جینی تعمیم‌یافته نسبت به میانگین (MEG) است که علاوه بر نوسان قیمت، درجه ریسک‌گریزی افراد را نیز موردتوجه قرار می‌دهد. سومین معیار ریسک، نیم‌واریانس تعمیم‌یافته است که در این روش، ابتدا بازدهی هدف را تعیین می‌کند و سپس بازدهی‌های کمتر از آن را به عنوان ریسک در نظر می‌گیرد؛ از این‌رو این معیار دارای مطلوبیت خاصی برای مدیران است.

روش‌های حداکثرکننده مطلوبیت، محدودیت اصلی روش‌های حداقل‌کننده ریسک، یعنی عدم‌لحاظ بازدهی انتظاری پرتفوی دارایی را برطرف کرده و به‌صورت هم‌زمان ریسک و بازدهی انتظاری را در توابع هدف استفاده می‌کنند.

جدول ۱. نسبت‌های پوشش بهینه ریسک و نحوه محاسبه آن‌ها [۳، ۶]

تابع هدف	روش تعیین نرخ پوشش
$Min R_h$	حداقل واریانس (MV)
$Max (R_h) - \frac{1}{2} A Var (R_h)$	بهینه میانگین - واریانس
$Max \frac{E(R_h) - R_f}{\sqrt{Var(R_h)}}$	شارپ
$Max E(U)$	حداکثر مطلوبیت موردانتظار
$Min \Gamma_v(R_h, v)$	حداقل ضریب MEG
$Max E(R_h) - \Gamma_v(R_h, v)$	میانگین - MEG
$Min v_{\delta, \alpha}(R_h)$	حداقل GSV
$Max E(R_h) - v_{\delta, \alpha}(R_h)$	حداکثر میانگین - GSV

مبانی تجربی و پیشینه پژوهش. دو دسته مدل‌سازی پوشش ریسک و روش برآورد پوشش ریسک وجود دارد.

جانسون (۱۹۶۰)، مدلی را ارائه کرد که در واقع همان نسبت بهینه پوشش ریسک حداقل واریانس است که با معرفی یک سبد دارایی و حداقل کردن میزان واریانس آن استخراج شده است [۱۰]. ادرینگتون^۱ (۱۹۷۹)، با بهره‌گیری از فرمول‌بندی ارائه‌شده توسط جانسون (۱۹۶۰)، میزان عددی نسبت بهینه پوشش ریسک را تخمین زده و نشان داد که نسبت پوشش ریسک برابر با یک، لزوماً بهینه نیست و با اتخاذ موقعیت‌های تعهدی کمتر در بازار آتی می‌توان پوشش ریسک کرد [۵، ۶]. شیلت و همکاران^۲ (۱۹۹۵)، برای استخراج نسبت بهینه پوشش ریسک از روش ضریب MEG با امکان لحاظ کردن افراد مختلف با درجات ریسک‌گریزی استفاده کردند. لین و تس^۳ (۱۹۹۸)، نسبت بهینه پوشش ریسک را با استفاده از روش ضریب نیمه‌واریانس تعمیم‌یافته (GSV) استخراج کردند. در این روش، نسبت پوشش ریسک ثابت نیست و در طی زمان تغییر می‌کند. چن و همکاران^۴ (۲۰۰۱)، یک نسبت پوشش ریسک جدید بر مبنای مفهوم نیمه‌واریانس تعمیم‌یافته ارائه کردند که «نسبت پوشش ریسک میانگین» نام دارد و بر مبنای مدل ریسک - بازده GVS بنیان گذاشته شده است [۳]. نسبت پوشش ریسک روش GVS-M را می‌توان شکل تعمیم‌یافته روش GVS دانست.

در بررسی پیشینه پیرامون رویکرد برآورد نسبت پوشش بهینه ریسک مطالعات زیادی انجام شده است که در این بخش تنها به مطالعات توسعه‌یافته اخیر اشاره می‌شود.

1. Ederington.
2. Cecchetti, et al.
3. Lien & Tse.
4. Chen, et al.

هموده و همکاران (۲۰۱۰)، نشان دادند که طلا به‌عنوان پوشش‌دهنده ریسک نرخ ارز عمل می‌کند و نوسان گذشته طلا، نوسان نرخ ارز را بسط می‌دهد [۱۲، ۲۱]. اومبرگ^۱ (۲۰۱۶)، نسبت بهینه پوشش ریسک برای نرخ ارز را با استفاده از مدل DCC-GARCH-Copula بررسی کرد. نتایج برآورد نشان داد که استفاده از این مدل نتایج بهتری در نسبت بهینه پوشش ریسک به همراه خواهد داشت [۱۴]. ساکچرون و لیتمن^۲ (۲۰۱۷)، نشان دادند که مدل کاپولای D-vine، یک انتخاب خوب و مطمئن در مدیریت ریسک نزولی در بخش کالاهای انرژی در پوشش بهینه ریسک به روش VaR است [۱۹].

در داخل کشور، پژوهش‌ها اغلب پیرامون محاسبه به روش‌های مرسوم و تا اندازه‌ای قدیمی‌تر صورت گرفته است که در این میان می‌توان به پژوهش جلالی نائینی و کاظمی‌منش (۱۳۸۳)، اشاره کرد که نسبت بهینه پوشش ریسک را طی سال‌های ۱۹۹۹ تا ۲۰۰۳، با استفاده از سری زمانی هفتگی قیمت نفت خام WTI و قراردادهای آتی‌های NYMEX و با استفاده از مدل‌های ARCH و GARCH مطالعه کردند و نشان دادند که با افزایش دوره قرارداد آتی‌ها، این نسبت بزرگ‌تر می‌شود [۹].

ابراهیمی و قنبری (۱۳۸۸)، با استفاده از قراردادهای آتی‌های یک تا چهار ماهه «بورس نایمکس» و روش‌های OLS، VAR و ECM، نسبت بهینه پوشش ریسک را محاسبه کردند و حالات مختلفی برای استراتژی پوشش ریسک به‌دست آوردند [۴].

علیمرادی (۱۳۹۲)، نسبت بهینه پوشش ریسک با روش‌های OLS، VAR، VECM و GARCH چندمتغیره را برای داده‌های ماهانه بازار آتی‌های گاز طبیعی در دوره زمانی ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۱ بررسی کرد و میزان اثربخشی آن‌ها را مورد مقایسه قرار داد. بر اساس نتایج پژوهش، نسبت بهینه پوشش به‌دست‌آمده از روش GARCH چندمتغیره نسبت به سایر روش‌ها اثربخشی بالاتری دارد [۱].

سجاد و طروسیان (۱۳۹۳)، نسبت بهینه پوشش ریسک حداقل‌کننده واریانس برای نرخ ارز (دلار - ریال) با استفاده از آتی سکه طلا توسط رهیافت‌های مختلف اقتصادسنجی را برآورد و مقایسه کردند. در همه مدل‌ها، نسبت بهینه برآوردشده با بازده هفتگی کارایی بیشتری نسبت به نسبت‌های برآوردشده با بازده دو روزه و روزانه ارائه داد [۱۶].

رستمی و همکاران (۱۳۹۶)، پوشش متقاطع ریسک نوسانات نرخ دلار با استفاده از قراردادهای آتی سکه طلا را بررسی کردند. در این پژوهش، ابتدا ارتباط متقابل بین سری‌های زمانی نرخ ارز و قیمت آتی سکه طلا با استفاده از مدل اقتصادسنجی بردار خودرگرسیون (VAR) مشخص شد. پس از تأیید وجود خودهمبستگی و ناهمسانی شرطی بر روی پسماند

1. Örnberg.

2. Sukcharoen & Leatham.

مدل VAR، از طریق مدل BEEK (مدل گارچ چندمتغیره)، واریانس شرطی نرخ ارز و قیمت آتی سکه طلا برآورد شد [۱۵].

همان‌طور که در مطالعات مختلف در خارج از کشور مشخص شده است، پرداختن به موضوع وابستگی ساختاری بین بازارهای آتی و نقدی بر اساس رویکرد کاپولا، نوین است و تنها در دو مقاله مورد استفاده قرار گرفته است. این در حالی است که در پژوهش ساکچرون و لیتمن^۱ (۲۰۱۷)، این موضوع با رویکرد ارزش در معرض ریسک مورد بررسی قرار گرفته [۱۹] و در پژوهش اومبرگ^۲ (۲۰۱۶)، استفاده از توزیع مشترک کاپولای نرمال بررسی شده است [۱۴]؛ بنابراین با توجه به گستردگی و پیشرفت توابع کاپولا در حیطه مدل‌سازی ساختار وابستگی، در این پژوهش از توابع کاپولای زوجی با تمرکز بر کاپولای ارشمیدسی استفاده خواهد شد؛ به طوری که علاوه بر در نظر گرفتن توابع کاپولای نرمال و t -استیودنت، از توابع کاپولای ارشمیدسی شامل کاپولای کلایتون (کلایتون ۱۹۷۸)^۳؛ کاپولای فرانک (فرانک ۱۹۷۹)^۴ و کاپولای گامبل (گامبل ۱۹۶۰)^۵ استفاده خواهد شد؛ همچنین در مطالعات خارجی به ندرت از رویکرد موجک استفاده شده است. در داخل کشور نیز از توابع کاپولا و همچنین موجک‌ها (به جز یک مورد) استفاده نشده است که از نکات قابل توجه در این زمینه محسوب می‌شود.

بر اساس توضیحات بالا و بر مبنای مبانی نظری و پژوهش‌های پیشین و توجه به اینکه مدل‌های ترکیبی پرکاربرد در مدل‌سازی، مدل‌هایی هستند که با استفاده از دو یا چند روش آماری با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا خواص یک پدیده را به خوبی نشان دهند، انتظار می‌رود بهینه‌بودن این روش مدل‌سازی به خوبی عیان شود؛ بنابراین هدف پژوهش حاضر، مدل‌سازی نسبت بهینه پوشش ریسک در بازار سکه طلا است.

فرضیه پژوهش. استفاده از رویکرد ترکیبی توابع کاپولای زوجی و تجزیه موجک نسبت پوشش بهتری را برای بازارهای نقدی سکه طلا توسط بازارهای آتی سکه طلا حاصل می‌کند.

۳. روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر ماهیتی کاربردی دارد و روش مورد استفاده توصیفی و از نوع تحلیل همبستگی است. این پژوهش پس‌رویدادی محسوب شده و در آن به گردآوری داده‌ها در طول چند سال پرداخته شده و پژوهشی طولی و از نوع سری‌های زمانی است. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها از نرم‌افزارهای صفحه‌گسترده Excel، Eviews و R استفاده شده است.

-
1. Sukcharoen & Leatham.
 2. Örnberg²
 3. Clayton copula (Clayton, 1978).
 4. Frank copula (Frank, 1979).
 5. Gumbel copula (Gumbel, 1960).

جامعه آماری و متغیرهای پژوهش. متغیرهای مورد مطالعه شامل بازدهی لگاریتمی قیمت نقدی سکه تمام بهار آزادی از ۱۳۹۳/۰۱/۰۵ تا ۱۳۹۷/۰۶/۱۱ (با توجه به بسته شدن بازار آتی سکه طلا) شامل ۱۱۶۸ داده می‌باشد که از تارنماهای معتبر استفاده شده است. قدمت بازارهای آتی به قرون وسطی برمی‌گردد. هدف از ایجاد این بازارها، برآورده ساختن نیازهای کشاورزان و تاجران بوده است. با توجه به اینکه نخستین معاملات قراردادهای آتی جهان به صورت استاندارد در بورس‌های کالایی انجام گرفته است [۱۷]، در ایران نیز نخستین معاملات قرارداد آتی سکه بهار آزادی در «بورس کالای ایران» روز سه‌شنبه مورخ ۱۳۸۷/۰۹/۰۵ با انجام دو قرارداد آغاز شد و در دوره مورد گزارش برای سررسیدهای دو، چهار، شش، هشت، ده و دوازده ماهه قابل معامله بود. با توجه به اینکه بررسی تعداد معاملات انجام شده روی قراردادهای آتی مدنظر در «بورس کالای ایران» نشان می‌دهد که به طور معمول قراردادهای با سررسید طولانی‌تر در مقایسه با سررسیدهای نزدیک‌تر با استقبال بیشتری مواجه می‌شوند، از این رو برای جلوگیری از نوسانات قیمت‌ها از میانگین وزنی برای در نظر گرفتن شاخص بازار آتی سکه طلا استفاده شده است.

برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک. برای محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک در مبانی نظری سبد دارایی‌ای در نظر گرفته شده است که در آن C_s واحد موقعیت خرید در بازار نقدی و C_f واحد موقعیت فروش در بازار آتی وجود دارد. از آنجاکه قراردادهای آتی برای کاهش نوسان‌های قیمت در بازار نقدی مورد استفاده قرار می‌گیرند، به این سبد دارایی در اصطلاح «سبد دارایی پوشش ریسک» گفته می‌شود [۲].

بازدهی سبد دارایی پوشش ریسک داده شده به صورت رابطه ۱، است.

$$R_h = \frac{C_s S_t R_s - C_f F_t R_f}{C_s S_t} = R_s - h R_f \quad \text{رابطه (۱)}$$

در رابطه بالا، R_h بازدهی سبد دارایی، R_s بازدهی موقعیت نقدی و R_f بازدهی موقعیت تعهدی فرد در قراردادهای آتی، S_t قیمت نقدی دارایی پایه، F_t قیمت آتی دارایی پایه و h برابر با نسبت پوشش ریسک است. بازدهی موقعیت‌های نقدی و آتی از تفاضل قیمت‌های نقدی و آتی دارایی پایه در یک دوره زمانی نسبت به دوره قبل به صورت لگاریتمی به دست می‌آید [۱۵].

$$R_s = \ln(S_t / S_{t-1}) \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$R_f = \ln(F_t / F_{t-1}) \quad \text{رابطه (۳)}$$

مهم‌ترین هدف پوشش ریسک، تعیین میزان نسبت بهینه پوشش ریسک است که این نسبت وابسته به تابع هدفی است که فرد پوشش‌دهنده ریسک باید آن را حداقل یا حداکثر کند. نسبت بهینه پوشش ریسک می‌تواند ایستا یا پویا باشد؛ یعنی می‌تواند در کل دوره زمانی پوشش ریسک ثابت بوده و برابر عددی مشخص باشد و یا اینکه همواره طی زمان در حال تغییر باشد و فرد پوشش‌دهنده ریسک به صورت دائمی تعداد قراردادهای آتی موردنیاز خود را تغییر دهد. نکته مهمی که در مورد تمامی روش‌های استخراج نسبت بهینه پوشش ریسک باید به آن توجه شود، این است که تعداد موقعیت‌های فرد در بازار نقدی ثابت در نظر گرفته می‌شود و تحلیل ارائه‌شده مبتنی بر تعیین تعداد موقعیت‌های بهینه فرد در بازار قراردادهای آتی است. چنین فرضی در مورد قراردادهای آتی یا دارایی پایه دارایی‌های مالی چندان محل چالش نیست [۶].

محاسبه نسبت پوشش ریسک با استفاده از از واریانس پرتفوی و محاسبه حداقل واریانس:

$$\text{Var}(R_h) = \text{Var}(R_s) + h^2 \text{Var}(R_f) - 2h \text{Cov}(R_s, R_f) \quad \text{رابطه (۴)}$$

با حداقل کردن واریانس بازدهی پرتفوی، نسبت بهینه پوشش ریسک حاصل خواهد شد:

$$h^* = \frac{\text{Cov}(R_s, R_f)}{\text{Var}(R_f)} = \rho \frac{\sigma_s}{\sigma_f} \quad \text{(۵)}$$

در رابطه بالا مقدار نسبت بهینه پوشش ریسک برابر با نسبت کوواریانس بین بازدهی آتی و نقدی به واریانس قیمت آتی است. این نسبت همچنین برابر است با ضریب همبستگی بین دو بازدهی به نسبت انحراف معیار بازدهی نقدی به آتی.

یک روش برای تغییر نرخ در طول زمان، محاسبه مجدد نسبت پوشش بر اساس اطلاعات کنونی (یا شرطی) در کواریانس و واریانس است. این کار شامل محاسبه نسبت پوشش بر اساس اطلاعات شرطی است تا اطلاعات غیرشرطی. در این حالت نسبت پوشش با واریانس کمینه به صورت رابطه ۶ است [۱۴].

$$h_1 | \Omega_{t-1} = \frac{\sigma_{sf} | \Omega_{t-1}}{\sigma_f^2 | \Omega_{t-1}} \quad \text{رابطه (۶)}$$

در این رویکرد تصریحات می‌تواند با مدل‌های ARCH و GARCH و مدل‌های چندمتغیره GARCH صورت گیرد.

رویکرد تجزیه و تحلیل توابع کاپولا. کاپولاها توابعی هستند که توابع توزیع توأم و توزیع‌های حاشیه‌ای را به یکدیگر مرتبط می‌سازند.

می‌توان تابع کاپولا را با توجه به قضیه اسکالار^۱ بدین صورت تعریف کرد: دو متغیر تصادفی X_1, X_2 با توابع توزیع $F_{X_1}(x_1) = P(X_1 \leq x_1)$ و $F_{X_2}(x_2) = P(X_2 \leq x_2)$ را در نظر بگیرید. برای هر دو مقدار حقیقی x_1, x_2 می‌توان سه مقدار $[F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), F(x_1, x_2)]$ را در نظر گرفت که هریک به یک نقطه $[F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2)]$ در مربع واحد $[0, 1] \times [0, 1]$ منجر می‌شود و این زوج با مقدار $F(x_1, x_2)$ در بازه $[0, 1]$ مطابقت دارد. این رابطه که مقدار مربوط به تابع توزیع توأم را به توابع تک‌متغیره اختصاص می‌دهد، «تابع کاپولا» نامیده می‌شود [۱۱، ۱۸]. ضریب همبستگی خطی نشان‌دهنده ساختار وابستگی کلی بوده و با تابع توزیع توأم F قابل بیان است.

$$F(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2)). \quad \text{رابطه (۷)}$$

وابستگی دنباله‌ای، وابستگی بین متغیرها را در یک‌چهارم بالایی (چارک) سمت راست و یک‌چهارم پایینی (چارک) سمت چپ روی $I^2 = [0, 1]^2$ اندازه می‌گیرد. وابستگی دنباله‌ای، رابطه وابستگی بین مقادیر بزرگ (کوچک) از یک متغیر با مقادیر بزرگ (کوچک) از متغیر دیگر را توصیف می‌کند که با عنوان «وابستگی دنباله‌ای بالایی (پایینی)» تعریف می‌شوند [۱۰].

اگر $X = (X_1, X_2)^T$ یک بردار تصادفی دو بُعدی باشد، X دارای وابستگی دنباله بالایی است اگر:

$$\lambda_U = \lim_{u \in I^+} P[X_1 > F_1^{(-1)}(u_1) | X_2 > F_2^{(-1)}(u_2)] \quad \text{رابطه (۸)}$$

در رابطه بالا، F_1^{-1} معکوس تابع توزیع تجمعی برای X_1 است؛ در نتیجه X در صورت $\lambda_U = 0$ به دنباله بالایی وابستگی نخواهد داشت. به علاوه $X = (X_1, X_2)^T$ دارای وابستگی به دنباله پایین است؛ اگر:

$$\lambda_L = \lim_{u \in 0^+} P[X_1 \leq F_1^{(-1)}(u_1) | X_2 \leq F_2^{(-1)}(u_2)] \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$h_t = \rho_{\text{Copula}} \frac{h_{\text{sf},t}^2}{h_{\text{ff},t}^2} \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

برای رسیدن به توزیع مشترک بر مبنای توابع کاپولایی، رسیدن به توزیع حاشیه‌ای مناسب برای رسیدن به توزیع مشترک ضروری است. برای این مهم، در این پژوهش از روش GARCH-Copula استفاده شده است که در آن ابتدا پارامترهای توزیع حاشیه‌ای محاسبه و سپس توزیع مشترک به دست خواهد آمد و از آن مقادیر پارامترهای توابع کاپولا استخراج خواهد

۱. Sklar's Theorem.

شد. بدین ترتیب از واریانس شرطی محاسبه شده از توزیع حاشیه‌ای در معادله ۱۰، نیز استفاده شده است.

رویکرد تجزیه و تحلیل موجک. تجزیه و تحلیل موجک، ابزاری قوی برای تفکیک داده‌های سری‌های زمانی به اجزای قائم با فرکانس‌های متفاوت محسوب می‌شود و این امکان را فراهم می‌کند تا بتوان همبستگی بین سری‌های زمانی را در افق‌های زمانی متفاوت به شکل کم‌ی بیان کرد و بدون ازدست‌دادن هرگونه اطلاعات مرتبط با تصمیم‌گیری، یک سری زمانی را در بالاترین فرکانس ممکن از طریق مقیاس‌های زمانی متفاوت، مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. این ابزار برای فصلی‌بودن‌ها تفاوت قائل می‌شود، وقفه‌های ساختاری و گروه‌های نوسان‌پذیر را آشکار می‌سازد و ویژگی‌های پویای درونی و بیرونی یک فرآیند در مقیاس‌های متفاوت زمانی را شناسایی و بررسی می‌کند. ویژگی‌های خاص و شایان توجه حاکم بر تجزیه و تحلیل موجک امکان می‌دهد که با به‌کارگیری آن بر خواص نامانایی سری‌های زمانی تمرکز پیدا کرد؛ همچنین موضعی کردن سیگنال‌ها به میزان دلخواه، نمایش هم‌زمان چندمقیاسی و غیره از جمله دلایل استفاده از موجک است. ایده اصلی توابع موجک، دو جفت تابع به شکل کلی زیر است:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi\left(\frac{t-2^j k}{2^j}\right), \quad f_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} f\left(\frac{t-2^j k}{2^j}\right) \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

به‌طور معمول یکی از توابع بالا به‌عنوان تابع تقریب (موجک پدر) با نماد ϕ و دیگری به‌عنوان تابع جزئیات (موجک مادر) با نماد ψ شناخته می‌شود. در این معادلات، J مقدار مقیاس زمانی است و k نیز مقدار حرکت در هر مقیاس را نشان می‌دهد. یک تابع (سیگنال یا سری زمانی) را می‌توان به شکل ترکیبی از مجموع این توابع (توابع تقریب و توابع جزئیات) نوشت [۷].

برای نمایش یک تابع بر اساس موجک مادر (جزئیات) و موجک پدر (روند یا تقریب)، از یک الگوریتم هرمی تکراری که توسط مالات (۱۹۸۹) ارائه شد، استفاده می‌شود که مختص داده‌های گسسته است. در این روش چندمرحله‌ای، در هر مرحله فرکانس‌های پایین‌تر (نوسان‌های کمتر) از سیگنال جدا می‌شوند (d یا w) تا جایی که در مقیاس نهایی، فقط جزء روند یا تقریب سیگنال (سری زمانی) باقی می‌ماند (s یا v). در هر مرحله از این الگوریتم، داده‌ها باید نصف شوند؛ بنابراین به‌طور ساده می‌توان یک سری زمانی را این‌گونه نوشت [۱۳]:

$$f(t) \approx S_j(t) + D_j(t) + D_{j-1}(t) + \dots + D_1(t) \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

می‌توان تبدیل موجک گسسته را شکل گسسته‌ای از تبدیل موجک در حالت پیوسته از طریق نمونه‌برداری خاص ضرایب موجک دانست. این نمونه‌برداری خاص از تبدیل موجک پیوسته از طریق پارامترهای u و s (به ترتیب پارامترهای فرکانس و مقیاس) به صورت زیر شکل می‌گیرد:

$$S=2^j \quad u=k2^j \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

در رابطه بالا، k و j اعداد صحیحی هستند که مجموعه‌ای از انتقالات و فرکانس‌های گسسته را نمایش می‌دهند؛ به عبارت دیگر این نمونه‌برداری خاص درجه وضوح و تفکیک‌پذیری حاصل از تبدیل موجک گسسته در دو بُعد زمان و فرکانس را تعیین می‌کند. در این مطالعه برای فائق آمدن بر برخی مشکلاتی که در روش تبدیل موجک گسسته وجود دارد، از تبدیل موجک هم‌پوشانی استفاده خواهد شد و در واقع تبدیل موجک گسسته حداکثر هم‌پوشانی دارای مزیت‌های متعددی نسبت به تبدیل موجک گسسته است. بر این اساس محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک به شرح زیر خواهد بود [۷]:

$$\frac{\sigma_p^2}{\sigma_f^2} = 2w_f \sigma_f^2 + 2\sigma_{s,f} \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

باید واریانس تجزیه قیمت‌های نقدی و کوواریانس تجزیه قیمت‌های نقدی و آتی محاسبه شود. ضریب موجک را می‌توان از طریق فیلتر بالاگذر (d) و پایین‌گذر (s) به شکل زیر نشان داد [۷]:

$$d_{j,t} = \sum_{k=0}^{j-1} h_{j,k} X_{t-1} \quad s_{j,t} = \sum_{k=0}^{j-1} g_{j,k} X_{t-1} \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

بنابراین با فرض حداکثر هم‌پوشانی، تخمین‌زن واریانس موجک به شکل زیر تعریف خواهد شد:

$$\sigma_{x,j}^2 = \frac{1}{N} \sum_{T=L,j}^N d_{j,t}^2 \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

کوواریانس تجزیه موجک نیز به صورت رابطه ۱۷، است:

$$\sigma_{xy,j} = \frac{1}{N} \sum_{T=L,j+1}^{N-1} d_{j,t}^X d_{j,t}^Y \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

-
1. The high-pass filter.
 2. The low-pass filter.

بدین ترتیب نسبت بهینه پوشش ریسک در هر بخش از تجزیه فرکانس برابر با نسبت کوواریانس بین بازدهی آتی و نقدی به واریانس قیمت آتی در هر سطح تجزیه است [۷] که در رابطه (۵) بدان اشاره شد.

رویکرد تجزیه و تحلیل ترکیبی موجک - کاپولا. با توجه به کارایی توابع کاپولا در شناخت ساختار وابستگی بین بازدهی‌های بازارهای مالی و نیز توانایی رویکرد تجزیه موجک در تجزیه قیمت‌های نقدی و کوواریانس تجزیه قیمت‌های نقدی و آتی در طول زمان، در این پژوهش به روش Wavelet-Copula، نسبت بهینه پوشش ریسک در هر بخش از تجزیه فرکانس بر اساس ساختار وابستگی کاپولایی به شکل زیر برقرار خواهد شد [۱۴] که در آن نسبت بهینه پوشش ریسک در هر فرکانس زمان - مقیاس روش موجک با استفاده از رویکرد MODWEST و معیارهای مختلف به روش دابشیز^۱ بر اساس ضریب همبستگی کاپولا محاسبه می‌شود:

$$h_j = \rho_{\text{Copula}} \frac{\sigma_{D_j R_t}}{\sigma_{D_j F_t}} \quad j=1,2,\dots,J \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

یکی از تفاوت‌های عمده این پژوهش، بررسی نسبت بهینه پوشش ریسک در طی زمان است. بدین منظور مقادیر پارامتر نسبت یادشده باید بر اساس مدل‌های مختلف به صورت متغیر در زمان اندازه‌گیری و هم‌حرکتی آن‌ها با استفاده از روش پنجره غلتان^۲ مشخص شود؛ بنابراین لازم است یک دوره برازش^۳ ثابت در نظر گرفته شود که به منظور تخمین پارامترهای رابطه بین متغیرها، نمونه‌ای را تعریف می‌کند. این نمونه برازش^۴ در کل دوره داده‌ها غلتانده می‌شود. با ثابت در نظر گرفتن دوره برازش، نمونه برازش از ابتدای دوره داده‌ها شروع می‌شود. با این حالت می‌توان به خوبی مقادیر نسبت پوشش ریسک در طول زمان را مورد بررسی قرار داد و کارایی بین مدل‌های مورد بررسی را تبیین کرد.

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌ها

با توجه به جدول ۲، سری‌های مورد نظر با توجه به آماره آزمون مانایی ADF در سطح مانا هستند. از سوی دیگر، این سری‌ها دارای واریانس ناهمسانی بر اساس آماره ARCH هستند و استفاده از رویکرد GARCH را برای محاسبه توزیع حاشیه‌ای تأیید می‌کنند.

-
1. Daubchies.
 2. Rolling Window.
 3. Estimation period.
 4. Estimation sample.

نتایج آزمون جارک - برا نشان‌دهنده رد فرض صفر مبنی بر نرمال بودن برای همه سری‌های بازده است. همان‌طور که مشخص است توزیع این دو بازدهی دارای دنباله پهن‌تر نسبت به توزیع نرمال است؛ بنابراین توزیع t -استیودنت توزیع مناسبی برای برآورد مدل‌های GARCH خواهد بود که در برآوردهای بخش بعدی از این توزیع استفاده خواهد شد.

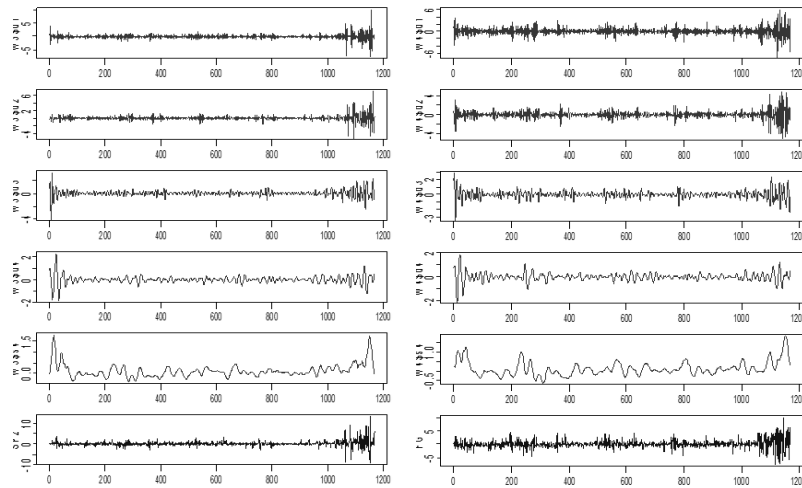
جدول ۲. آماره‌های توصیفی داده‌های بازدهی به همراه نتایج آزمون جارک - برا

شاخص	بازدهی قیمت نقدی سکه طلا	بازدهی قیمت آتی سکه طلا
میانگین	۰/۱۱۹۸	۰/۱۲۶۸
میانه	۰/۰۲۵۰	۰/۰۳۲۰
بیشینه	۱۳/۵۱۷۱	۱۰/۰۹۳۹
کمینه	-۹/۳۱۳۵	-۷/۵۵۷۱
انحراف معیار	۱/۲۷۶۵	۱/۴۵۱۹
چولگی	۱/۶۳۲۳	۰/۴۰۹۶
کشیدگی	۲۷/۹۴۹۸	۹/۴۸۷۴
جارک - برا	۳۰۸۱۲/۴	۲۰۸۰/۸۵۴
احتمال	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
آماره ADF	-۲۵,۷۵	-۲۶,۲۶
احتمال	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰
آماره ARCH	۳۰۴,۶۲	۹۴,۷۱
احتمال	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰

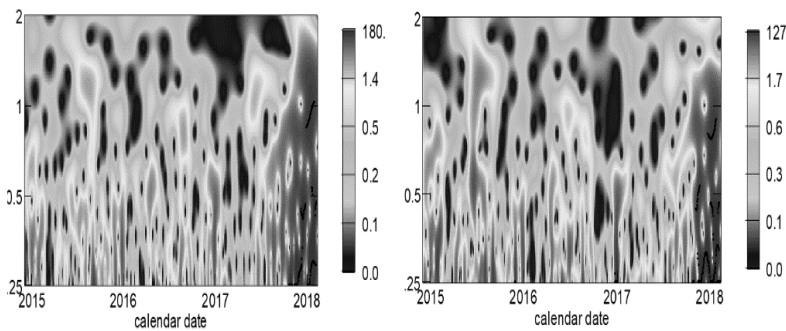
برآورد متغیر زمانی نسبت بهینه پوشش ریسک. در گام نخست، در بررسی نسبت بهینه پوشش ریسک بازار سکه طلا در ایران باید طیف واریانس سری‌های موردبررسی تجزیه شود. برای این منظور، تجزیه مویک برای بازارهای نقدی و آتی در نمودار ۲، قابل مشاهده است. در این بررسی از سری مویک با ۵ سطح تجزیه استفاده شده است. این سطوح به ترتیب برای دوره‌های ۱ تا ۴ روز، ۴ تا ۸ روز، ۸ تا ۱۶ روز، ۱۶ تا ۳۲ روز و در نهایت ۳۲ تا ۶۴ روز در نظر گرفته شده است. انتخاب این سطح از تجزیه، به ساختار داده‌ها و نتایج حاصل از تجزیه مویک برمی‌گردد؛ بنابراین بر اساس نتایج بهتر کسب‌شده از مویک با ۵ سطح استفاده شده است تا فرکانس‌های کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت را در ۵ سطح در اختیار داشته باشیم. همان‌طور که مشخص است، در دوره‌های کوتاه‌مدت، واریانس سری زمانی در سطح مویک اول بسیار پُر نوسان بوده است؛ در حالی که در دوره‌های بلندمدت‌تر این سری دارای واریانس کمتری است. در این بررسی، تجزیه مویک در طول زمان نیز برای هر سری بازارهای نقدی و آتی در نمودار ۲، مشخص شده است.

همان طور که قبلاً اشاره شد، نسبت بهینه پوشش ریسک بر مبنای هر روش، بر اساس رویکرد متغیر زمانی با استفاده از روش پنجره غلتان و با دوره برازش ۵۰۰ داده ابتدایی به دست آمده است.

با توجه به معادله ۱۷، مقادیر نسبت بهینه پوشش ریسک برای هر سطح از تجزیه برآورد شده است که نتایج آن در نمودار ۳، قابل مشاهده است. در سطوح بالای تجزیه که نشان دهنده دوره‌های طولانی‌تر است، مقادیر نسبت پوشش ریسک بیشتر و به عدد یک نزدیک‌تر است. نتایج نشان می‌دهد که در دوره‌های کوتاه‌مدت، این نسبت به علت نوسانات بالای موجک کم بوده و در بلندمدت نسبت بهینه پوشش ریسک افزایش یافته است.



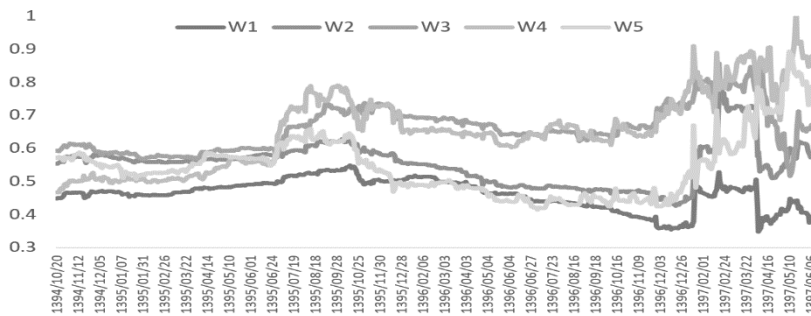
نمودار ۱. تجزیه موجک سری‌های زمانی قیمت آتی (سمت راست) و قیمت نقدی (سمت چپ) بازار سکه طلا در ایران



نمودار ۲. تجزیه موجک در طی زمان برای بازدهی قیمت آتی (سمت راست) و قیمت نقدی (سمت چپ) بازار سکه طلا در ایران

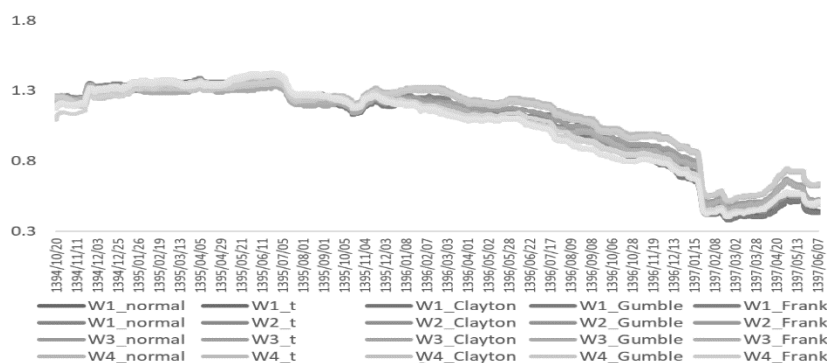
بدین ترتیب می‌توان به‌طور کلی نتیجه گرفت که این رویکرد برای تجزیه‌های میان‌مدت نتیجه قابل قبول تری را ارائه می‌کند.

نکته دیگر، نوسان بیشتر این نسبت در ابتدای سال ۱۳۹۷ به بعد است که این موضوع را می‌توان به تلاطم بالای بازار سکه طلا در طی این دوره نسبت داد.



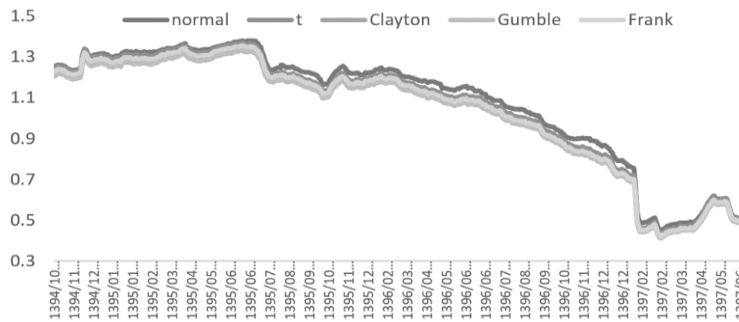
نمودار ۳. مقادیر متغیر زمانی نسبت پوشش ریسک به روش موجک برای هر سطح از تجزیه

برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک برای توابع کاپولا نیز به روش GARCH-Copula برای دوره برون نمونه در نمودار ۴، مشخص شده است. همان‌طور که مشخص است، میزان پوشش بهینه برای این روش به‌طور کلی در طول زمان کاهش یافته است. علت این موضوع می‌تواند روند پرتلاطم بازار سکه طلا در سال ۱۳۹۷ باشد.



نمودار ۴. مقادیر متغیر زمانی نسبت پوشش ریسک به روش کاپولا برای هر سطح از تجزیه

در نهایت بررسی و برآورد مقادیر نسبت بهینه پوشش ریسک بر اساس رویکرد توابع کاپولا و تجزیه موجک به تفکیک هر سطح در نمودار ۵، قابل مشاهده است.



نمودار ۵. مقادیر متغیر زمانی نسبت پوشش ریسک به روش ترکیبی کاپولا - موجک برای هر سطح از تجزیه

جدول ۳، خصوصیات آماری نسبت‌های بهینه پوشش ریسک برای هر یک از مدل‌های مختلف را نشان می‌دهد. بیشترین میانگین برای نسبت بهینه پوشش ریسک به رویکردهای ترکیبی توابع کاپولایی مبتنی بر تجزیه موجک برمی‌گردد؛ بنابراین روش ترکیبی معرفی شده در پژوهش، نتایج بهتری را در برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک به‌دست آورده است.

جدول ۳. خصوصیات آماری نسبت‌های بهینه پوشش ریسک برای دوره خارج از نمونه

مدل - سطح	میانگین	میانۀ	حداکثر	حداقل	انحراف	چولگی	کشیدگی
W1	۰/۴۶۲۸	۰/۴۶۶۹	۰/۵۴۸۴	۰/۳۴۷۷	۰/۰۴۴۷	-۰/۵۹۱۹	-۰/۱۹۷۷
W2	۰/۵۵۲۴	۰/۵۶۱۴	۰/۷۸۸۲	۰/۴۲۶۱	۰/۰۶۴۸	۰/۶۰۴۷	۱/۰۴۵۶
W3	۰/۶۶۲۰	۰/۶۵۸۶	۰/۸۵۷۹	۰/۵۱۷۱	۰/۰۶۶۴	۰/۵۴۳۵	-۰/۲۶۱۰
W4	۰/۶۵۶۹	۰/۶۴۹۸	۱/۰۲۵۱	۰/۴۶۶۴	۰/۱۱۲۸	۰/۳۳۸۳	-۰/۵۵۱۱
W5	۰/۵۴۴۷	۰/۵۳۳۹	۰/۸۹۳۷	۰/۴۱۴۵	۰/۰۹۳۸	۱/۰۶۷۱	۱/۱۹۹۳
C-normal	۱/۰۷۶۵	۱/۱۹۷۴	۱/۳۷۸۷	۰/۴۴۸۸	۰/۲۸۲۷	-۱/۰۳۳۷	-۰/۲۴۳۲
t-copula	۱/۰۵۲۸	۱/۱۶۸۸	۱/۳۶۸۸	۰/۴۳۰۴	۲۸۳۸,۰	-۰/۹۴۷۲	-۰/۳۸۶۰
Clayton	۱/۰۱۹۱	۱/۱۳۳۱	۱/۳۳۰۴	۰/۴۱۳۱	۰/۲۷۷۹	-۰/۹۳۲۷	-۰/۴۱۷۶
Gumble	۱/۰۱۹۵	۱/۱۳۳۶	۱/۳۳۳۰	۰/۴۱۲۰	۰/۲۷۹۲	-۰/۹۲۷۷	-۰/۴۲۸۰
Frank	۱/۰۳۷۴	۱/۱۵۳۹	۱/۳۵۵۰	۰/۴۲۰۱	۰/۲۸۳۴	-۰/۹۳۰۷	-۰/۴۲۲۵
W1_normal	۱/۰۵۲۸	۱/۱۸۲۱	۱/۳۷۲۷	۰/۴۰۴۶	۰/۳۰۱۷	-۱/۰۵۶۲	-۰/۲۶۹۹
W1_t-copula	۱/۰۶۲۸	۱/۱۹۶۰	۱/۳۹۹۶	۰/۳۰۵۵	۰/۳۱۲۹	-۰/۹۹۹۸	-۰/۳۶۴۸

مدل - سطح	میانگین	میان	حداکثر	حداقل	انحراف	چولگی	کشیدگی
W1_Clayton	۱/۰.۲۹۸	۱/۱۶۱۸	۱/۳۶۱۸	۰/۳۷۹۱	۰/۳۰۶۹	-۰/۹۸۶۰	-۰/۳۹۶۰
W1_Gumble	۱/۰.۳۰۵	۱/۱۶۴۰	۱/۳۶۴۸	۰/۳۷۷۴	۰/۳۰۸۷	-۰/۹۸۲۳	-۰/۴۰۵۰
W1_Frank	۱/۰.۴۸۲	۱/۱۸۳۱	۱/۳۸۷۱	۰/۳۸۴۷	۰/۳۱۳۲	-۰/۹۸۵۴	-۰/۳۹۸۶
W1_normal	۱/۰.۸۸۸	۱/۲۱۹۹۰	۱/۳۹۰۱	۰/۴۲۶۰	۰/۲۹۸۵	-۱/۰.۹۹۷	-۰/۱۶۸۵
W2_t-copula	۱/۰.۸۰۱	۱/۲۰۸۰	۱/۳۹۹۱	۰/۴۱۶۹	۰/۳۰۲۴	-۰/۹۹۳۶	-۰/۳۴۰۸
W2_Clayton	۱/۰.۴۷۱	۱/۱۷۳۵	۱/۳۶۱۳	۰/۴۰۰۰	۰/۲۹۶۷	۰/۹۷۹۸	-۰/۳۷۲۵
W2_Gumble	۱/۰.۴۸۰	۱/۱۷۵۵	۱/۳۶۴۳	۰/۳۹۸۷	۰/۲۹۸۴	-۰/۹۷۵۵	-۰/۳۸۲۴
W2_Frank	۱/۰.۶۶۰	۱/۱۹۵۲	۱/۳۸۶۶	۰/۴۰۶۴	۰/۳۰۲۷	-۰/۹۷۸۵	-۰/۳۷۶۱
W3_normal	۱/۰.۷۷۳	۱/۲۰۵۴	۱/۳۳۱۸	۰/۴۶۸۶	۰/۲۶۶۷	-۱/۱۵۰۲	-۰/۴۲۹
W3_t-copula	۱/۰.۸۷۸	۱/۲۱۸۴	۱/۳۴۷۶	۰/۴۷۴۷	۰/۲۶۷۹	-۱/۱۴۷۷	-۰/۴۰۵
W3_Clayton	۱/۰.۴۸۵	۱/۱۷۰۴	۱/۳۲۳۴	۰/۴۴۹۶	۰/۲۶۷۶	-۱/۰.۲۰۳	-۰/۲۶۱۱
W3_Gumble	۱/۰.۴۹۵	۱/۱۷۲۰	۱/۳۲۶۰	۰/۴۴۹۲	۰/۲۶۸۸	-۱/۰.۱۵۶	-۰/۲۷۱۵
W3_Frank	۱/۰.۶۷۵	۱/۱۹۲۰	۱/۳۴۷۸	۰/۴۵۷۳	۰/۲۷۲۹	-۱/۰.۱۸۴	-۰/۲۶۶۳
W4_normal	۱/۱.۲۲۵	۱/۲۳۰۶	۱/۳۷۲۳	۰/۵۰۵۴	۰/۲۵۹۶	-۱/۱۸۰۷	-۰/۰.۷۳۳
W4_t-copula	۱/۱.۳۶۹	۱/۲۴۶۰	۱/۳۷۹۲	۰/۵۱۷۸	۰/۲۵۶۰	-۱/۲۴۶۹	-۰/۲۱۳۸
W4_Clayton	۱/۱.۰۴۴	۱/۲۱۲۷	۱/۳۴۶۵	۰/۵۰۶۷	۰/۲۴۷۱	-۱/۲۲۵۸	۱۷۰۵
W4_Gumble	۱/۱.۰۶۲	۱/۲۱۵۳	۱/۳۴۹۲	۰/۵۰۶۸	۰/۲۴۸۱	-۱/۲۲۲۳	-۱/۱۵۹۹
W4_Frank	۱/۱.۲۴۶	۱/۲۳۵۱	۱/۳۷۱۴	۰/۵۱۶۰	۰/۲۵۱۶	-۱/۲۲۶۱	-۰/۱۷۱۲
W5_normal	۱/۰.۴۲۱	۱/۱۳۵۴	۱/۴۰۳۱	۰/۴۲۰۲	۰/۲۹۶۵	-۰/۸۴۷۳	-۰/۵۴۵۲
W5_t-copula	۱/۰.۶۸۸	۱/۱۸۰۳	۱/۴۲۶۰	۰/۴۲۷۲	۰/۳۰۵۳	-۰/۸۵۲۱	-۰/۵۵۷۵
W5_Clayton	۱/۰.۳۴۴	۱/۱۴۲۸	۱/۴۰۷۴	۰/۳۹۸۶	۰/۳۰۶۲	-۰/۷۴۴۶	-۰/۷۳۵۹
W5_Gumble	۱/۰.۳۵۲	۱/۱۴۳۱	۱/۴۱۱۲	۰/۳۹۷۳	۰/۳۰۸۱	-۰/۷۳۷۵	-۰/۷۴۸۷
W5_Frank	۱/۰.۵۲۹	۱/۱۶۲۸	۱/۴۳۲۱	۰/۴۰۴۹	۰/۳۱۲۳	-	-۰/۷۳۹۰

کارایی نسبت بهینه پوشش ریسک متداول‌ترین روش برای برآورد کارایی نسبت بهینه پوشش ریسک، مقایسه ریسک حالت‌های پوشش‌یافته و بدون پوشش است. در این روش درصد کاهش ریسک دارایی نقدی در اثر استفاده از قراردادهای آتی محاسبه می‌شود. بدین‌منظور یک پرتفوی بدون پوشش شامل ترکیبی از سهم‌ها با نسبت برابر در بازار نقدی و یک پرتفوی پوشش‌داده‌شده شامل دارایی‌های آتی و نقدی با نسبت متفاوت تشکیل می‌شود. معیار کارایی، شاخصی است که با استفاده از ریسک در پرتفوی‌های پوشش‌یافته و پوشش‌نیافته به‌دست می‌آید. درواقع این شاخص درصد تفاوت ریسک در این دو پرتفوی است. بدین‌ترتیب شاخص، کارایی تفاوت ریسک این پرتفوی‌های پوشش‌یافته و پوشش‌نیافته را به‌صورت عددی بین صفر تا صد بیان می‌کند. کارایی نشان‌دهنده تغییر در ریسک مجموعه در اثر عملیات پوشش ریسک نسبت به حالت پوشش‌نیافته است. محاسبه کارایی مدل‌های مختلف نیز به‌صورت معادله زیر قابل‌بررسی است [۲]:

$$EH_t = \frac{\text{Var}(R_s) - \text{Var}(R_h)}{\text{Var}(R_s)} = 1 - \frac{\text{Var}(R_h)}{\text{Var}(R_s)} \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

نتایج میزان کارایی مدل‌های برآوردکننده نسبت پوشش ریسک بر اساس رویکرد یادشده به تفکیک هر روز برای دوره خارج از نمونه با پنجره غلتان ۵۰۰ روزه در جدول ۴، ارائه شده است. همان‌طور که در این بررسی مشاهده می‌شود، بیشترین کارایی با کمترین انحراف از میانگین مربوط به رویکرد ترکیبی تجزیه‌وتحلیل موجک و توابع کاپولا است. این موضوع برای دوره میان‌مدت برای سطح چهارم و با تابع کاپولای t -استیودنت برقرار شده است. بدین‌ترتیب با لحاظ وابستگی ساختاری در هر دو دنباله بالایی و پایینی توزیع مشترک بین بازدهی قیمت‌های آتی و نقدی سکه طلا در سطوح مختلف فرکانس‌های این دو بازار، می‌توان بهترین نسبت بهینه پوشش ریسک را به‌دست آورد.

جدول ۴. خصوصیات آماری کارایی نسبت‌های بهینه پوشش ریسک برای دوره خارج از نمونه

سطح - مدل	میانگین	انحراف	سطح-مدل	میانگین	انحراف
W1	۰/۴۷۹۰	۰/۱۳۳۶	W2_Gumble	۰/۷۲۱۰	۰/۰۸۵۵
W2	۰/۵۹۵۴	۰/۱۱۲۲	W2_Frank	۰/۷۳۳۵	۰/۰۸۶۳
W3	۰/۶۷۳۴	۰/۰۷۹۲	W3_normal	۰/۷۴۸۲	۰/۰۵۲۹
W4	۰/۶۰۳۳	۰/۰۷۷۸	W3_tCooula	۰/۷۵۵۸	۰/۰۵۱۸
W5	۰/۶۴۶۰	۰/۱۳۸۰	W3_Clayton	۰/۷۲۷۳	۰/۰۵۷۷
normal	۰/۷۴۵۰	۰/۰۶۵۹	W3_Gumble	۰/۷۲۷۸	۰/۰۵۸۶
t-Copula	۰/۷۴۴۹	۰/۰۶۶۲	W3_Frank	۰/۷۴۰۴	۰/۰۵۹۲
Clayton	۰/۷۰۳۸	۰/۰۷۰۹	W4_normal	۰/۷۸۳۲	۰/۰۳۹۸

۰/۰۳۴۱	۰/۷۹۴۴	W4_tCooula	۰/۰۷۲۰	۰/۷۰۳۹	Gumble
۰/۰۳۳۶	۰/۷۷۲۲	W4_Clayton	۰/۰۷۲۶	۰/۷۱۶۳	Frank
۰/۰۳۴۳	۰/۷۷۳۳	W4_Gumble	۰/۰۸۹۹	۰/۷۲۳۵	W1_normal
۰/۰۳۴۱	۰/۷۸۶۳	W4_Frank	۰/۰۸۹۲	۰/۷۳۱۶	W1_t-Copula
۰/۰۸۵۴	۰/۷۱۸۱	W5_normal	۰/۰۹۷۷	۰/۷۰۵۷	W1_Clayton
۰/۰۸۷۸	۰/۷۳۶۱	W5_tCooula	۰/۰۹۹۳	۰/۷۰۵۹	W1_Gumbl e
۰/۰۹۴۴	۰/۷۱۱۴	W5_Clayton	۰/۱۰۰۳	۰/۷۱۸۲	W1_Frank
۰/۰۹۵۹	۰/۷۱۱۷	W5_Gumble	۰/۰۸۰۱	۰/۷۵۰۶	W1_normal
۰/۰۹۶۶	۰/۷۲۴۰	W5_Frank	۰/۰۸۳۴	۰/۷۴۳۹	W2_t- Copula
-	-	-	۰/۰۸۴۲	۰/۷۲۰۶	W2_Clayton

۵. بحث و نتیجه‌گیری

استفاده از نسبت بهینه پوشش ریسک حداقل‌کننده واریانس، یکی از شناخته‌ترین روش‌های بهره‌گیری از قراردادهای آتی برای کاهش ریسک ناشی از نوسانات قیمت دارایی‌های مالی است. در این پژوهش به بررسی و برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک بر اساس رویکرد ترکیبی توابع کاپولای زوجی و تجزیه موجک برای پوشش ریسک بازار نقدی سکه طلا بر اساس قراردادهای آتی سکه طلا در ایران طی دوره ۱۳۹۳ تا ۱۳۹۷ پرداخته شد. بدین منظور با استفاده از دوره برازش ۵۰۰ روزه به تبیین و برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک پرداخته شد. نتایج بررسی متغیر زمانی نشان‌دهنده آن است که در بررسی‌های میان‌مدت و بلندمدت، رویکرد ترکیبی توابع کاپولای زوجی و تجزیه موجک نسبت بهینه پوشش ریسک بهتری را حاصل کرده است. این موضوع در بررسی کارایی نسبت بهینه پوشش ریسک نیز تأیید شده است. نتایج متغیر زمانی نسبت بهینه پوشش ریسک نشان می‌دهد که این نسبت برای تمامی مدل‌های مختلف در طی زمان روند کاهشی را درپیش گرفته و در ماه‌های ابتدایی سال ۱۳۹۷ تا انتهای بسته‌شدن بازار آتی سکه طلا این روند ادامه داشته است. دلیل این امر نیز مشخص است؛ چراکه طی ماه‌های اخیر در دوره گزارش، قیمت سکه طلا در بازار با نوسان‌های قابل‌توجه و فزاینده‌ای مواجه بوده که این نوسان‌ها بی‌سابقه است؛ از این رو نسبت بهینه پوشش ریسک کوچک‌تر شده است. به پژوهشگران نیز توصیه می‌شود با استفاده از این روش به بررسی و برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک سکه طلا با استفاده از قراردادهای آتی زعفران بپردازند.

منابع

1. Alimoradi, M. (2013). Estimation of Constant and Time-varying Optimal Hedge Ratio and Hedging Effectiveness in the Natural gas Futures Market. *Journal of Iranian Energy Economics*, 2(8), 109-128. (In Persian)
2. Bahrami, J., & Mirzapoor Babajan, A. (2012). Optimal Hedge Ratio for Gold Coin Futures Contracts Traded in Iran Mercantile Exchange (IME). *Quarterly Journal of Economic Research and Policies*, 20(64), 175-206. (In Persian)
3. Chen, J., Hong, H., & Stein, J. (2001). Forecasting crashes: trading volume, past returns, and conditional skewness in stock prices. *Journal of Financial Economics*, 61, 345-381.
4. Ebrahimi, M., & Ghanbari, A. (2009). Risk coverage of oil earnings volatility in use of future contracts in Iran. *Journal of Economic Research*, 9(3), 173-204. (In Persian)
5. Ederington, L. H. (1979). The hedging performance of the new futures markets. *The Journal of Finance*, 34(1), 157-170.
6. Eskandari, H., Anvary Rostamy, A., & Husseinzadeh Kashan, A. (2016). Risk hedging by use of Hybrid future contracts index (Case: Iran financial market). *Financial Engineering and Portfolio Management*, 28, 55-72. (In Persian)
7. Farzinvas, A., Farman ara, O., & Mohammadi, S. (2013). Estimating the Optimum Risk Coverage Ratio at Different Scales: A Wavelet Analysis Approach. *Journal of Economic Strategy*, 2(6), 7-40, (In Persian)
8. Hammoudeh, S., Yuan, Y., McAleer, M., & Thompson, M. (2010). Preciousmetal-exchange rate volatility transmission and hedging strategies. *International Review of Economics & Finance*, 19(4), 633-647.
9. Jalali Naeeni, S. A. R., & Kazemi manesh, M. (2012). Investigating Changes in the Optimal Risk Coverage Ratio in the Oil Market. *Quarterly Energy Economics Review*, 1, 3-27. (In Persian)
10. Johnson, L. L. (1960). The theory of hedging and speculation in commodity futures. *Review of Economic Studies*, 27, 139-151.
11. Keshavarz Haddad, GH., & Heyrani, M. (2004). Estimation of Value at Risk in the Presence of Dependence Structure in Financial Returns: A Copula Based Approach. *Journal of Economic Research*, 49(4), 869-902. (In Persian)
12. Lali sarabi, A., & Mesbahi Moghadam, GH. (2011). Speculative futures trading and its compliance with Islamic standards. *Shahid Beheshti University Journal of Financial Management Perspective*, 4, 115-128. (In Persian)
13. Mallat, S. G. (1989). A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation, *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(7), 674-693.
14. Örnberg, Juha Kotkatvuori (2016) Dynamic conditional copula correlation and optimal hedge ratios with currency futures. *International Review of Financial Analysis*, 47, 60-69.
15. Rostami, A., Zomorodian, G., & Alimohammadi, M. (2017). Feasibility of Currency hedging for exporter and importer companies by using the Iran Mercantile Exchange Coin futures contract. *Investment knowledge*, 6(23), 85-104. (In Persian)
16. Sajad, R., & Torosian, A. (2014). Exchange Rate Optimal Hedge Ratio by Gold Futures in Iran. *Investment knowledge*, 3(12), 1-24, (In Persian).
17. Shariat panahi, M., Mohammad zadegan, H., & Shahini, S. (2013). The Relationship between the Time and Maturity of Gold Coin Futures on the Iranian

- Stock Exchange. *Shahid Beheshti University Journal of Financial Management Perspective*, 9, 53-66, (In Persian).
18. Sklar, M. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Université Paris*, 8, 229-231.
19. Sukcharoen, K., Leatham, D. J., (2017). Hedging downside risk of oil refineries: A vine copula approach. *Energy Economics*, 66, 493-507.
20. Taheri Bazkhaneh, S., Ehsani, M. A., & Gilak Hakim Abadi, M. T. (2019). The Investigating of the Dynamic Relationship between Financial Cycles with Business Cycles and the Inflation Gap in Iran: An Application of Wavelet Transform. *Economic Growth and Development Research*, 9(33), 121-140. (In Persian)
21. Tehrani, R., & Seyed Khosroshahi, A. (2017). Fluctuation transfer and the interaction of gold, currency and stock markets. *Shahid Beheshti University Journal of Financial Management Perspective*, 18, 9-31. (In Persian)